

**ANICII MANLII SEVERINI BOETHII:
DE MUSICA**

LIBER PRIMUS

I

Musica naturaliter nobis esse coniunctam, et mores uel honestare uel euertere.

Omnium quidem perceptio sensuum, ita sponte ac naturaliter quibusdam uiuentibus adest, ut sine his animal non possit intelligi. Sed non aequae eorumdem cognitio ac firma perceptio animi inuestigatione colligitur. Illaboratum est enim quod sensum percipiendis sensibilibus rebus adhibemus. Quae uero sit ipsorum sensuum secundum quos agimus natura, et quae rerum sensibilibus proprietates, id non obuium neque cuiuslibet explicabile esse potest, nisi quem conueniens inuestigatio ueritatis contemplatione direxerit, Adest enim cunctis mortalibus uisus, qui utrum uenientibus ad uisum figuris, an ad sensibilia radiis emissis efficiatur, inter doctos quidem dubitabile est, uulgus quoque ipsa dubitatio praeterit. Rursus cum quis triangulum respicit, uel quadratum, facile id quod oculis inuenitur agnoscit. Sed quaenam trianguli uel quadrati sit natura, a mathematica necesse est petat.

Idemque de caeteris sensibus dici potest, maximeque de arbitrio aurium, quarum uis ita sonos captat, ut non modo de his iudicium capiat, differentiasque cognoscat, uerum etiam delectetur saepius, si dulces coaptatique modi sunt, angatur uero, si dissipati atque incohaerentes feriant sensum. Unde fit, ut [1168] cum sint quatuor matheseos disciplinae, caeterae quidem ad inuestigationem ueritatis laborent; musica uero non modo speculationi, uerum etiam moralitati coniuncta sit. Nihil est enim tam proprium humanitati, quam remitti dulcibus modis astringique contrariis. Idque non modo sese in singulis uel studiis uel aetatibus tenet, uerum per cuncta diffunditur studia, et infantes ac iuuenes, necnon etiam senes, ita naturaliter affectu quodam spontaneo modis musicis adiunguntur, ut nulla omnino sit aetas quae a cantilenae dulcis delectatione seiuncta sit. Hinc etiam internosci potest, quod non frustra a Platone dictum est, mundi animam, musica conuenientia fuisse coniunctum. Cum enim ex eo quod in nobis est iunctum conuenienterque coaptatum, illud excipimus, quod in sonis apte conuenienterque coniunctum est, eoque delectamur, nos quoque ipsos eadem similitudine compactos esse cognoscimus. Amica est enim similitudo. Dissimilitudo uero odiosa atque contraria. Hinc etiam morum quoque maxime permutationes fiunt. Lasciuus quippe animus, uel ipse lasciuioribus delectatur modis, uel saepe eosdem audiens cito emollitur, ac frangitur. Rursus asperior mens uel incitatoribus gaudet, uel incitatoribus asperatur. Hinc est etiam quod modi musici gentium uocabulo designati sunt, ut Lydius modus, et Phrygius. Quo enim [1169] quasi unaquaeque gens gaudet, eodem modo ipse uocabulo nuncupatur. Gaudet enim gens modis morum similitudine. Neque enim fieri potest ut mollia duris, dura mollioribus adnectantur aut gaudeant. Sed amorem delectationemque (ut dictum est) similitudo conciliat. Unde Plato etiam maxime cauendum existimat, ne de bene morata musica aliquid permutetur. Negat enim esse ullam tantam morum in republica labem, quam paulatim de pudenti ac modesta musica inuertere. Statim enim idem quoque audientium animos pati, paulatimque discedere, nullumque honesti ac recti retinere uestigium, si uel per lasciuiores modos inuerecundum aliquid, uel per asperiores ferox atque immane mentibus illabatur. Nulla enim magis ad animum disciplinis uia, quam auribus patet. Cum ergo per eas rhythmum modique ad animum usque descenderint, dubitari non potest quin aequo modo mentem atque ipsa sunt efficiant atque conforment. Id uero etiam intelligi in gentibus potest. Nam quae asperiores sunt Getarum, durioribus delectantur modis. Quae uero mansuete, mediocribus, quanquam id hoc tempore pene nullum est. Quod uero lasciuum ac molle est genus humanum, id totum scenicis ac theatralibus modis tenetur. Fuit uero pudens ac modesta musica, dum simplicioribus organis ageretur. Ubi uero uarie permixteque tractata est, amisit grauitatis atque uirtutis modum, et pene in turpitudinem prolapsa, minimum antiquam speciem seruat. Unde Plato praecipit minime oportere pueros ad omnes modos erudiri sed potius ad ualentes ac simplices. Atque hic maxime illud est retinendum, quod si quoquo modo per paruissimas mutationes hinc aliquid permutaretur, recens quidem minime sentiri, post uero magnam facere differentiam, et per aures ad animum usque delabi. Idcirco magnam esse custodiam reipublicae Plato arbitratu musicam optime moratam pudenterque coniunctam, ita ut sit modesta ac simplex, et mascula, nec effeminata, nec fera, nec uaria. Quod Lacedaemonii maxima ope seruauere, dum apud eos Taletas Cretensis Gortinus magno pretio accitus, pueros disciplina musicae artis imbueret. Fuit enim id antiquis in morem, diuque permansit. Quoniam uero eis Timotheus Milesius super eas quas ante repererat unum addidit neruum, ac multipliciorem musicam fecit, exegere de laconica. Consultumque de eo factum est. Quod quoniam insigne est Spartiarum lingua S litteram in R uertentium, ipsum de eo consultum eisdem uerbis Graecis apposui.

[Epeide Timotheor o Milesior, elthon ettan ameteran polin, tan palaian molpen atimasdei, kai, tan dia tan hepta chordan kitharizein apostrophomenor, poluphonian eisagon lumainetai tar akoar ton neon, diate tar poluchordiar kai tar kainotetor to meleor, agenne kai poikilan anti aploar kai tetagmenar amphiennutai tan mousan, epi chromatatos sunistamenos tan to meleor diaskeuan, anti tar enarmonio poion antistrophon amoiban paraklatheis de [1170] kai etton agona tar Heleusiniar Damatror aprepe dieskeusato tan to mutho diaskeuan, tar gar tar Semelar odinar ouk endeka tor neor didaske. Dedoktai uper touton tor Basileor kai tor ephoror mempsasthai Timotheon. k. t. l.]

Quod consultum id scilicet continet, id circo Timotheo Milesio Spartiatis succensusse, quod multiplicem musicam reddens pueros animis quos acceperat erudiendos, officeret, et a uirtutis modestia praepediret, et quod harmoniam, quam modestam susceperat, in genus chromaticum, quod est mollius, inuertisset. Tanta igitur fuit apud eos musicae diligentia, ut eam animos quoque obtinere arbitrentur.

Vulgatum quippe est, quam saepe iracundias cantilena represserit, quam multa uel in corporum, uel in animorum affectionibus miranda perfecit. Cui enim est illud ignotum, quod Pythagoras ebrium adolescentem Taurominitanum sub Phygii modi sono incitatum, spondeo succinente reddiderit mitiorem et sui compotem. Nam cum scortum in riuallis domo esset clausum, atque ille furens domum uellet amburere, cumque Pythagoras stellarum cursus (ut ei mos nocturnus erat) inspiceret, ubi intellexit sono Phrygii modi incitatum, multis amicorum admonitionibus a facinore noluisse desistere, mutari modum praecepit atque ita furentis animum adolescentis ad statum mentis pacatissimae temperauit. Quod scilicet Marcus Tullius commemorat in eo libro quem de consiliis suis composuit, aliter quidem sed hoc modo.

Sed ut aliqua similitudine adductus, maximis minima conferam, ut cum uinolenti adolescentes tibiaram etiam cantu (ut fit) instincti, mulieris pudicae fores frangerent, admonuisse tibicinam ut spondeum caneret Pythagoras dicitur; quod cum illa fecisset, tarditate modorum et grauitate canentis, illorum furentem petulantiam consedasse. Sed ut similia breuiter exempla conquiram. Terpander atque Arion Methymnaeus Lesbios atque Iones, grauissimis morbis, cantus eripere praesidio.

Ismenias uero Thebanus Boetiorum pluribus, quos schiatici doloris tormenta uexabat, modis fertur cuncta abstersisse molestias. Sed et Empedocles cum eius hospitem quidam gladio furibundus inuaderet, quod eius patrem ille accusatione damnasset, inflexisse dicitur modum canendi, itaque adolescentis iracundiam temperasse. In tantum uero priscae philosophiae studiis uis musicae artis innotuit, ut Pythagorici, cum diurnas in somno resolerent curas, quibusdam cantilenis uterentur, ut eis lenis et quietus sopor irreperet. Itaque experrecti, aliis quibusdam modis stuporem somni confusionemque purgabant. Id nimirum scientes, quod tota nostrae animae corporisque compago musica coaptatione coniuncta sit. Nam ut sese corporis habet affectus, ita etiam pulsus cordis motibus incitantur. Quod scilicet Democritus Hippocrati medico tradidisse fertur, cum eum quasi insanum cunctis Democriti uicibus id opinantibus, in custodia medendi [1171] causa uiseret. Sed quorsum ista haec? Quia non potest dubitari quin nostrae animae et corporis status, eisdem quodammodo proportionibus uideatur esse compositus, quibus harmonicas modulationes posterior disputatio coniungi copularique monstrabit. Inde est enim quod infantes quoque cantilena dulcis oblectat. Aliquid uero asperum atque immite, ab audiendi uoluptate suspendit. Nimirum id etiam omnis aetas patitur, omnisque sexus. Quae licet suis actibus distributa sint, una tamen musicae delectatione coniuncta sunt. Quid enim fit, cum in fletibus luctus ipsos modulantur dolentes? Quod maxime muliebre est, ut cum cantico quodam dulcior fiat causa flendi. Id uero etiam fuit antiquis in morem, ut cantus tibiae luctibus praerit. Testis est Papinius Statius hoc uersu:

Cornu graue mugit adunco, Tibia cui teneros suetum producere manes.

Et qui suauiter canere non potest, sibi tamen aliquid canit, non quod eum aliqua uoluptate id quod canit afficiat sed quod quamdam insitam dulcedinem ex animo proferentis quoquomodo proferant, delectantur.

Nonne illud etiam manifestum est, in bellum pugnantium animos tubarum carmine accendi? Quod si uerisimile est, ab animi pacato statu, quemquam ad furorem atque iracundiam posse proferri. Non est dubium, quod conturbatae mentis iracundiam, uel nimiam cupiditatem modestior modus possit astringere. Quid quod cum aliquis cantilenam libentius auribus atque animo capit, ad illud etiam non sponte conuertitur, ut motum quoque aliquem similem auditae cantilena corpus effingat, et quod omnino aliquid melos auditum sibi memor animus ipse decerpat? Ut ex his omnibus perspicue nec dubitanter appareat, ita quidem nobis musicam naturaliter esse coniunctam ut ea ne si uelimus quidem carere possimus. Quocirca intendenda uis mentis est, ut id quod natura est insitum, scientia quoque possit comprehensum teneri. Sicut enim in uisu quoque non sufficit eruditus colores formasque conspiceret, nisi etiam quae sit horum proprietates inuestigauerint: sic non sufficit cantilenis musicis delectari, nisi etiam quali inter se coniunctae sint uocum proportionem discatur.

II

Tres esse musicas, in quibus de uis musicae narratur.

Principio igitur de musica disserenti, illud interim dicendum uidetur, quot musicae genera ab eius studiosis comprehensa esse nouerimus. Sunt autem tria. Et prima quidem mundana est; secunda uero humana; tertia quae in quibusdam constituta est instrumentis, ut in cithara uel in tibiis, caeterisque quae cantilena famulantur. Et primum ea quae est mundana in his maxime perspicenda est quae in ipso coelo, uel compage elementorum, uel temporum uarietate uisuntur. Qui enim fieri potest, ut tam uelox coeli machina tacito silentique cursu moueatur? Et si ad nostras aures sonus ille non peruenit, quod [1172] multis fieri de causis necesse est, non poterit tamen motus tam uelocissimus ita magnorum corporum, nullos omnino sonos cedere, cum praesertim tanta sint stellarum cursus coaptatione coniuncti, ut nihil aequae compaginatum, nihil ita commixtum possit intelligi. Namque alii excelsiores, alii inferiores feruntur, atque ita omnes aequali incitatione uoluuntur, ut per dispares inaequalitates ratur cursuum ordo ducatur. Unde non potest ab hac coelesti uertigine ratur ordo modulationis absistere. Iam uero quatuor elementorum diuersitates contrariasque potentias, nisi quaedam harmonica coniungeret, qui fieri posset, ut in unum corpus ac machinam conuenirent? Sed haec omnis diuersitas ita et temporum uarietatem parit et fructuum, ut tamen unum anni corpus efficiat. Unde si quid horum, quae tantam uarietatem rebus ministrant, animo et cogitatione discerpas, cuncta pereant, nec (ut ita dicam) quidquam consonum seruent. Et ut in grauibis chordis is uocis est modus, ut non ad taciturnitatem grauitas usque descendat, atque in acutis ille custoditur acuminis modus ne nerui nimium tensi uocis tenuitate rumpantur sed totum sibi sit consentaneum atque conueniens; ita etiam in mundi musica peruidemus, nihil ita nimium esse posse ut alterum propria nimietate disoluat. Verum quidquid illud est, aut suos affert fructus, aut aliis auxiliatur ut

afferant. Nam quod constringit hiems, uer laxat, torret aestas, maturat autumnus, temporaque uicissim uel ipsa suos afferunt fructus, uel aliis ut afferant subministrant. De quibus posterius studiosius disputandum est.

Humanam uero musicam, quisquis in sese ipsum descendit, intelligit.

Quid est enim quod illam incorpoream rationis uiuacitatem corpori misceat, nisi quaedam coaptatio, et ueluti grauium leuiumque uocum, quasi unam consonantiam efficiens, temperatio? Quid est autem aliud quod ipsius inter se partes animae coniungat, quae (ut Arisoteli placet) ex rationabili irrationabilique coniuncta est? Quid uero quod corporis elementa permisceat, aut partes sibimet rata coaptatione contineat? Sed de hac quoque posterius dicam. Tertia est musica, quae in quibusdam consistere dicitur instrumentis. Haec uero administratur, aut intentione, ut neruis, aut spiritu, ut tibiis, uel his quae ad aquam mouentur, aut percussione quadam, ut in his quae in concaua quaedam uirga aerea feriuntur, atque inde diuersi efficiuntur soni. De hac igitur instrumentorum musica primum hoc opere disputandum uidetur.

Sed prooemii satis est. Nunc de ipsis musicae elementis est disserendum.

III

De uocibus ac de musicae elementis.

Consonantia, quae omnem musicae modulationem regit, praeter sonum fieri non potest. Sonus uero praeter quemdam pulsum percussionemque non redditur. Pulsus uero atque percussio nullo modo esse potest, nisi praecesserit motus. Si enim cuncta sint immobilia, [1173] non poterit alterum alteri concurrere, ut alterum impellatur ab altero. Sed cunctis stantibus motuque carentibus, nullum fieri necesse est sonum.

Idcirco definitur sonus: Aeris percussio indissoluta usque ad auditum.

Motuum uero alii sunt uelociiores, alii tardiores, eorundemque motuum alii rariores sunt alii spissiores. Nam si quis in continuum motum respiciat, ibi aut uelocitatem aut tarditatem necesse est comprehendat. Sin uero quis moueat manum, aut frequenti eam motu mouebit aut raro. Et sit tardus quidem fuerit ac rarior motus graues necesse, est sonos effici ipsa tarditate et raritate pellendi. Sin uero motus sint celeres ac spissi, acutos reddi necesse est sonos.

Idcirco enim idem neruus si intendatur amplius, acutum sonat; si remittatur, graue. Quando enim tensor est, uelociorem pulsum reddit, celeriusque reuertitur, et frequentius ac spissius aerem ferit. Qui uero laxior est, solutos ac tardos pulsus effert, rarusque ipsa imbecillitate feriendi, nec diutius tremit. Neque enim quotiens chorda pellitur, unus edi tantum putandus est sonus, aut unam in his esse percussionem sed totiens aer feritur quotiens eum chorda tremebunda percusserit. Sed quoniam iunctae sunt uelocitates sonorum, nulla intercapedo sentitur auribus. Et unus sonus sensum pellit uel grauis, uel acutus, quamuis uterque ex pluribus constet, grauis quidem ex tardioribus, et rarioribus, acutus uero ex celeribus ac spissis, ueluti si conum, quem turbonem uocant, quis diligenter exornet, eique unam uirgulam coloris rubri uel alterius ducat, et eum qua potest celeritate conuertat, tunc totus conus rubro colore uidetur infectus, non quod totus ita sit sed quod partes puras rubrae uirgae uelocitas comprehendat, et apparere non sinat. Sed de his posterius. Igitur quoniam acutae uoces spissioribus et uelocioribus motibus incitantur, graues uero tardioribus ac raris, liquet additione quadam motuum ex grauitate acumen intendi, detractione uero motuum laxari ex acumine grauitatem. Ex pluribus enim motibus acumen, quam grauitas constat. In quibus autem pluralitas differentiam facit, eam necesse est in quadam numerositate consistere. Omnis uero paucitas ad pluralitatem ita sese habet, ut numerus ad numerum comparatus. Eorum uero quae secundum numerum conferuntur, partim sibi sunt aequalia, partim inaequalia.

Quocirca soni quoque partim sunt aequales, partim uero sunt inaequalitate distantes. Sed in his uocibus, quae nulla inaequalitate discordant, nulla omnino consonantia est, etenim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta concordia.

IV

De speciebus inaequalitatum.

Quae uero sunt inaequalia, quinque inter se modis inaequalitatis momenta custodiunt. Aut enim alterum ab altero multiplicata transcenditur, aut singulis partibus, aut pluribus aut multiplicitate et parte, aut multiplicitate et partibus. Et primum quidem inaequalitatis genus multiplex appellatur. Est uero multiplex [1174] ubi maior numerus minorem numerum habet, in se totum, uel bis, uel ter, uel quater, ac deinceps nihilque deest, nihilque exuberat, appellaturque uel duplum, uel triplum, uel quadruplum. atque ad hunc ordinem in infinita progreditur. Secundum uero inaequalitatis genus est quod appellatur superparticulare, id est cum maior numerus minorem numerum habet in se totum, et unam eius aliquam partem, eamque uel dimidiam, ut tres duorum, et uocatur sesquialtera proportio, uel tertiam, ut quatuor ad tres, et uocatur sesquitercia. Ad hunc etiam modum in posterioribus numeris pars aliqua a maioribus super minores numeros continetur. Tertium uero genus inaequalitatis est, quotiens maior numerus totum intra se minorem continet, et eius aliquantas insuper partes, et si duas quidem supra continet, uocabitur proportio superbipartiens, ut sunt quinque ad tres. Sin uero tres super se continet, uocabitur supertripartiens, ut sunt septem ad quatuor. Et in caeteris quidem eadem similitudo esse potest. Quartum uero est inaequalitatis genus, quod ex multiplici et superparticulari coniungitur, cum scilicet maior numerus habet in se minorem numerum, uel bis uel ter uel quotieslibet, atque eius unam aliquam partem. Et si eum bis habet, et eius dimidiam partem, uocabitur duplex sesquialter, ut sunt quinque ad duo. Sin uero bis minor continebitur, et eius tertia pars, uocabitur duplex sesquitercius, ut sunt septem ad tres. Sin uero tertio continebitur, et eius dimidia pars, uocabitur triplex sesquialter. ut sunt septem ad duo. Atque ad eundem modum in coeteris et multiplici et superparticularitatis uocabula uariantur. Quintum est

genus inaequalitatis, quod appellatur multiplex superpartiens, quando maior numerus minorem numerum habet in se totum plusquam semel, et eius plusquam unam aliquam partem. Et si bis maior numerus minorem numerum continebit, duasque eius insuper partes, uocabitur duplex superbipartiens, ut sunt tres ad octo, et rursus triplex superbipartiens, ut sunt tres ad undecim. Ac de his idcirco nunc strictim ac breuiter explicamus, quoniam in libris quos de Arithmetica Institutione conscripsimus. diligentius enodauimus.

V

Quae inaequalitatis species consonantiis aptentur.

Ex his igitur inaequalitatis generibus postrema duo, quoniam ex superioribus mixta sunt, relinquamus. De tribus uero prioribus speculatio facienda est. Obtinere igitur maiorem ad consonantias potestatem uidetur multiplex, consequenter autem superparticularis.

Superpartiens uero ab harmoniae concinentia separatur, ut quibusdam praeter Ptolemaeum uidetur.

VI

Cur multiplicitas et superparticularitas consonantiis deputentur.

Ea namque probantur comparationi consentanea, quae sunt natura simplicia. Et quoniam grauitas et acumen in quantitate consistunt, ea maxime uidebuntur seruare naturam concinentiae, quae discretas [1175] proprietatem quantitatis poterunt custodire. Nam cum sit alia quidem discreta quantitas, alia uero continua, ea quae discreta est in minimo quidem finita est sed in infinitum per maiora procedit. Namque in ea minima unitas eademque finita est. In infinitum uero modus pluralitatis augetur, ut numerus qui cum a finita incipiat unitate, crescendi non habet finem. Rursus quae est continua, tota quidem finita est sed per infinita minuitur. Linea enim quae continua est, in infinita semper partitione diuiditur. Cum sit eius summa, uel bipedalis, uel quaecumque alia definita mensura. Quocirca numerus semper in infinita concrescit, continua uero quantitas in infinita minuitur, Multiplicitas igitur quoniam crescendi finem non habet, numeri maxime seruat naturam. Superparticularitas autem, quoniam in infinitum minorem minuit proprietatem seruat continuae quantitatis.

Minuit autem minorem, cum semper eum continet, et eius uel dimidiam partem, uel tertiam, uel quartam, uel quintam. Nam semper pars a maiore numero denominata ipsa decrescit. Nam cum tertia a tribus denominata sit, quarta uero a quatuor, cum quatuor tres superent, quarta potius quam tertia minutior inuenitur. Superpartiens uero iam quodammodo a simplicitate discedit. Duas enim, uel tres, uel quatuor habet insuper partes, et a simplicitate discedens exuberat ad quamdam partium pluralitatem. Rursus multiplicitas omnis in integritate se continet. Nam duplum bis habet totum minorem; triplum item tertio continet totum minorem, atque ad eundem modum et caetera.

Superparticularitas uero nihil integrum seruat sed uel dimidio superat, uel tertia, uel quarta, uel quinta. Sed tamen diuisionem singulis ac simplicibus partibus operatur. Superpartiens autem inaequalitas nec seruat integrum nec singulis adimit partes. Atque ideo secundum Pythagoricos, minime musicis consonantiis adhibetur.

Ptolemaeus tamen etiam hanc proportionem inter consonantias ponit, ut posterius ostendam.

VII

Quae proportionibus quibus consonantiis musicis aptentur

Illud tamen esse cognitum debet, quod omnes musicae consonantiae, aut in duplici, aut in triplici, aut in quadrupla, aut in sesquialtera aut in sesquitertia proportionibus consistunt. Et uocabitur quidem quae in numeris sesquitertia est, diatessaron in sonis. Quae in numeris sesquialtera, diapente appellatur in uocibus Quae uero in proportionibus dupla est diapason in consonantiis. Tripla uero diapente ac diapason. Quadrupla autem bisdiapason. Et nunc quidem uniuersaliter atque indiscrete dictum sit. Posterius uero omnis ratio proportionum lucebit.

VIII

Quid sit tonus, quid interuallum, quid concinentia.

Sonus igitur est uocis casus, emmeles, id est aptus melo, in unam intensionem. Sonum uero non generalem nunc uolumus definire; sed eum qui graece dicitur phthongus, dictus a similitudine loquendi [phthengesthai]. Interuallum uero est soni acuti grauisque [1176] distantia. Consonantia est acuti soni grauisque mixtura, suauiter uniformiterque auribus accidens. Dissonantia uero est duorum sonorum sibimet permixtorum ad aurem ueniens aspera atque iniucunda percussio.

Nam dum sibimet misceri nolunt, et quodammodo integer uterque nititur peruenire, cumque alter alteri officit, ad sensum insuauiter uterque transmittitur.

IX

Non omne iudicium dandum esse sensibus sed amplius rationi esse credendum in quo de sensuum fallacia.

Sed de his ita proponimus, ut non omne iudicium sensibus demus, quanquam a sensu aurium huiusce artis sumatur omne principium. Nam si nullus esset auditus, nulla omnino disputatio de uocibus exstisset.

Sed principium quodammodo, et quasi admonitionis uicem tenet auditus.

Postrema ergo perfectio, agnitionisque uis in ratione consistit, quae certis regulis sese tenens nullo unquam errore prolabitur. Nam quid diutius dicendum est de errore sensuum, quando nec omnibus eadem sentiendi uis, nec eidem homini semper aequalis? Frustra autem uario iudicio quisquam committet, quod ueraciter affectat inquirere. Idcirco Pythagorici medio quodam feruntur itinere. Nam nec omne iudicium dedunt auribus, et quaedam tamen ab eis non nisi auribus explorantur.

Ipsas etenim consonantias aure metiuntur. Quibus uero inter se distantis consonantiae differant, id iam non auribus, quarum sunt obtusa iudicia sed regulis rationique permittunt, ut quasi obediens quidem famulusque sit sensus, iudex uera atque imperans ratio. Nam licet omnium pene artium, atque ipsius uitae momenta, sensum occasione producta sint, nullum tamen in his iudicium certum, nulla ueri est comprehensio, si arbitrium rationis abscedat. Ipse enim sensus aequae maximis minimisque corrumpitur. Nam neque minima sentire propter ipsorum sensibilibus paruitatem potest, et maioribus saepe confunditur.

Ut in uocibus, quae si mininae sint, difficiliter captat auditus: si sint maximae, ipsius sonitus intentione surdescit.

X

Quemadmodum Pythagoras proportionibus consonantiarum inuestigauerit.

Haec igitur maxima causa fuit cur, relicto aurium iudicio, Pythagoras ad regularum momenta migrauerit, qui nullius humanis auribus credens, quae partim natura, partim etiam extrinsecus accidentibus permutantur, partim ipsis uariantur aetatibus, nullis etiam deditis instrumentis, penes quae saepe multa uarietas atque inconstantia nasceretur, dum nunc quidem si neruos uelis aspicere, uel aer humidior pulsus obtunderet, uel siccior exsiccaret, uel magnitudo chordae grauiorem redderet sonum, uel acumen subtilior tenuaret, uel alio quodam modo statum prioris constantiae permutaret. Et cum idem esset in caeteris instrumentis, omnia haec inconsulta minimaeque aestimans fidei, diuque aestuans inquirebat quam ratione firmiter et constanter consonantiarum momenta [1177] perdisceret. Cum interea diuino quodam motu praeteriens fabrorum officinas, pulsos maleos exaudiuit, ex diuersis sonis unam quodammodo concinentiam personare. Ita igitur ad id quod diu inquirebat attonitus, accessit ad opus: diuque considerans, arbitratus est diuersitatem sonorum ferientium uires efficere. Atque ut id apertius colliqueret, mutarent inter se malleos imperauit. Sed sonorum proprietates non in hominum lacertis haerebant sed mutatos malleos comitabatur. Ubi igitur id animaduertit, malleorum pondus examinat. Et cum quinque essent forte mallei, dupli reperti sunt pondere qui sibi secundum diapason consonantiam respondebant.

Eumdem etiam qui duplus esset alio, sesquiertium alterius comprehendit, ad quem scilicet diatessaron sonabat. Ad alium uero quemdam, qui eidem diapente consonantia iungebatur, eumdem superioris duplum reperit esse sesquialterum. Duo uero hi, ad quos superior duplex sesquiertius et sesquialter esse probatus [1178] est, ad se inuicem sesquioctauam proportionem perpensi sunt custodire. Quintus uero est reiectus, qui cunctis erat inconsonans. Cum igitur ante Pythagoram consonantiae musicae, partim diapason, partim diapente, partim diatessaron, quae est consonantia minima, uocarentur primus Pythagoras hoc modo reperit, qua proportione sibimet haec sonorum chorda iungeretur. Et ut sit clarius quod dictum est, sint, uerbi gratia, malleorum quatuor pondera, iquae subter scriptis numeris contineatur, 12, 9, 8, 6. Hi igitur mallei, qui 12 et 6 ponderibus uergebant, diapason in duplo concinentiam personabant. Malleus uero 12 ponderum ad malleum 9, et malleus 8 ponderum ad malleum 6 ponderum, secundum epitritam proportionem diatessaron consonantia iungebatur.

Nouem uero ponderum ad 6, et 12 ad 8 diapente consonantiam permiscebant. Nouem uero ad 8, in sesquioctaua proportione resonabant tonum.

Haec ultima figura et in suprema calce Arithmeticae.

[PLLXIII:1177-78; text: 12, 9, 6, 8, Sesquiertius, diatessaron, Sesquiocta, tonus, Sesquiertium, Dupla, Diapason, Sesquialter, Diapente, epitrita] [BOEDIMI 01GF]

XI

*3Quibusdam modis uarie a Pythagora proportionibus consonantiarum perpensae sint.

[1177] Hinc igitur domum reuersus, uaria examinatione perpendit an in his proportionibus ratio symphoniarum tota consisteret. Hunc quidem aequa pondera neruis aptans, eorumque consonantias aure diiudicans; nunc uero in longitudine calamorum duplicitatem medietatemque restituens, caeterasque proportionibus aptans, integerrimam fidem diuersa experientia capiebat. Saepe et pro mensurarum modo cyathos aequorum ponderum acetabulis imittens; saepe ipsa quoque acetabula diuersis formata ponderibus uirga, uel aerea, ferreaue percutiens, nihil esse diuersum inuenisse laetatus est. Hinc etiam ductus, longitudinem crassitudinemque chordarum ut examinaret aggressus est.

Itaque inuenit regulam, de qua posterius loquemur, quae ex re uocabulum sumpsit, non quod regula sit linea, per quam magnitudines chordarum sonumque metimur sed quod regula quaedam sit huiusmodi inspectio fixa firmaque, ut nullum inuidentem dubio fallat iudicio.

XII

De diuisione uocum earumque explanatione.

Sed de his hactenus; nunc uocum differentias colligamus. [1178] Omnis enim uox aut [suneches] est, quae continua, aut [diastematike], quae dicitur cum interuallo suspensa. Et continua quidem est, quia loquentes uel ipsam orationem legentes uerba percurrimus. Festinat enim tunc uox non inhaerere in acutis et grauibus sonis sed quam uelocissime uerba percurrere, expediendisque sensibus, exprimentisque sermonibus continuae uocis impetus operantur. Diastematice autem est ea quam canendo suspendimus, in qua non potius sermonibus sed modulibus inseruimus. Estque uox ipsa tardior, et per modulandas uarietates quoddam faciens interuallum, non taciturnitatis sed suspensae ac tardae potius cantilinae. His (ut Albinus autumat) additur tertia differentia, quae medias uoces possit includere sed heroum poemata legitimus, neque continuo cursu, ut prosam, neque suspensio segniorique modo uocis, ut canticum.

XIII

Quod infinitatem uocum humana natura finierit.

Sed quae continua uox est, et ea rursus qua decurrimus cantilenam, naturaliter quidem infinitae sunt. Consideratione enim accepta, nullus modus uel euoluendis sermonibus fit, uel acuminibus attollendis grauitatibusque laxandis sed utrisque natura humana fecit proprium finem. Continuae enim uoci terminum [1179] humanus spiritus fecit, ultra quem nulla ratione uales excedere. Tantum enim unusquisque loquitur continue, quantum naturalis spiritus sinat. Rursus diastematice uoci natura hominum facit terminum. quae acutam eorum uocem grauemque determinat. Tantum enim unusquisque uel acumen ualet extollere, uel deprimere grauitatem, quantum uocis eius naturaliter patitur modus.

XIV

Quis modus sit audiendi.

Nunc quis modus audiendi sit disseramus. Tale enim quiddam fieri consuevit in uocibus, quale cum paludibus uel quietis aquis iactum eminus mergitur saxum. Prius enim in paruissimum orbem undam colligit, deinde maioribus orbibus undarum globos spargit, atque eo usque dum fatigatus motus ab eliciendis fluctibus conquiescat. Semperque posterior et maior undula pulsu debiliore diffunditur. Quod si quid sit, quod crescentes undas possit offundere, statim motus ille reuertitur, et quasi ad centrum, unde profectus fuerat, eisdem undulis rotundatur. Ita igitur cum aer pulsus fecerit sonum, pellit alium proximum, et quodammodo rotundum fluctum aeris ciet. Itaque diffunditur et omnium circumstantium simul ferit auditum, atque illi est obscurior uox, qui longius steterit, quoniam ad eum debilior pulsi aeris unda peruenerit.

XV

De ordine theorematum, id est speculationum.

His igitur ita propositis dicendum uidetur quot generibus omnis cantilena texatur, de quibus harmonicae inuentionis disciplina considerat. Sunt autem haec diatonicum, chromaticum, enharmonicum. De quibus ita demum explicandum est, si prius de tetrachordis disseramus, et quemadmodum auctus neruorum numerus, ad id quo nunc pluralitas est, usque peruenerit. Id autem fiet, si prius commemoremus quibus proportionibus symphoniae musicae misceantur.

XVI

De consonantiis proportionum, et tono, et semitonio.

Diapason consonantia est quae fit in duplo, ut haec est, 1, 2; diapente uero quae constat his numeris, 2, 3; diatessaron uero est quae in hac proportione consistit 3, 4; tonus uero sesquioctaua proportione concluditur sed in hoc nondum est consonantia, ut 8, 9; diapason uero et diapente tripla comparatione colligitur hoc modo, 2,

4, 6; bisdiapason quadrupla collatione perficitur, 2, 4, 8; diatessaron uero ac diapente unum perficiunt diapason hoc modo, 2, 3,

4.

[PLLXIII:1179-80; text: Diapente, Sesquialtera, Diatessaron, Sesquitertia, Tonus, Sesquioctaua, Tripla, Diapason, ac diapente, Quadrupla, Bis diapason, Dupla id est diapason, Diatessaron ac diapente, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9] [BOEDIM1 02GF]

[1181] Nam si uox uoci duplo sit acuta uel grauis, diapason consonantia fiet. Si uox uoci sesquialtera proportione sit, uel sesquitertia, uel sesquioctaua, acutior grauiorque diapente, uel diatessaron, uel tonum consonantiam reddet. Item si diapason, ut 2 et 4, et diapente, ut 4 et 6, coniungantur, triplam, et quae est diapason et diapente, efficiant symphoniam. Quod si bis diapason fiant, ut duo ad quatuor, et quatuor ad octo, quadrupla fiet consonantia, quae est bisdiapason. Quod si sesquialtera et sesquitertia, id est diapente et diatessaron, ut duo ad tres, et tres ad quatuor coniungantur, dupla id est, diapason nimirum nascitur concinentia. Quatuor enim ad tres sesquiterciam obtinent proportionem. Tres uero ad binarium sesquialtera collatione iunguntur, et idem quaternarius ad binarium appositus dupla ei comparatione copulatur. Sed sesquitertia diatessaron, sesquialtera proportio diapente consonantiam creant.

Dupla uero diapason efficit symphoniam. Diatessaron igitur ac diapente unam diapason consonantiam iungunt. Rursus tonus in aequa diuidi non potest, cur autem posterius liquebit. Nunc hoc tantum nosse sufficiat, quod nunquam tonus in gemina aequa diuiditur. Atque ut id facillime comprobetur, sit sesquioctaua proportio 8 et 9. Horum nullus naturaliter medius numerus incidet. Hos igitur si binario multiplicemus, fiuntque bis 8 16, 9 18, inter 16 autem et 18 unus numerus naturaliter incidit qui est scilicet 17. Qui disponantur in ordinem 16, 17, 18. Igitur 16 ac 18 collati, sesquioctauam retinent proportionem, atque idcirco tonum. Sed hanc proportionem 16 numerus medius non in aequalia partitur. Comparatus enim ad 16, habet in se totum 16, et eius sextam decimam partem, scilicet unitatem. Si uero ad eum, id est 17, tertius, id est 18, numerus comparetur, habet eum totum, et eius decimam septimam partem. Non igitur iisdem partibus et minorem superat, et a maiore superatur. Est enim minor pars septima decima, maior sexta decima. Sed utraque semitonia nuncupantur. Non quod omnino semitonia ex aequo sint media sed quod semum dici solet, quod ad integritatem usque non peruenerit. Sed inter haec unum maius semitonium nuncupatur, aliud minus.

XVII

In quibus primis numeris semitonium constet.

Quod uero integrum sit semitonium, aut in quibus primis numeris constet, nunc euidentius explicabo. Id enim quod de diuisione toni dictum est, non ad hoc pertinet, ut semitoniorum modos uoluerimus ostendere. Sed ad id potius quod tonum in gemina aequa diceremus non posse disiungi. Diatessaron, quae est consonantia, uocum quidem est

quatuor, interuallorum trium. Constat autem ex duobus tonis, et non integro semitonio. Sit enim subiecta descriptio 192, 216, 243, 256, Si igitur 192 numerus, 256 comparetur, sesquitercia proportio fiet, ac diatessaron concinentiam resonabit. Sed si 216 ad 192 comparemus, [1182] sesquioctaua proportio est; est enim eorum differentia 24, quae est octaua pars, 192 est igitur tonus. Rursus si 243 ad 216 comparetur, erit altera sesquioctaua proportio. Nam eorum differentia 27, pars 216, probatur octaua, restat comparatio 256 ad 243, quorum differentia est 13. Qui octies facti, medietatem 243 non uidentur implere. Non est igitur semitonium sed minus a semitonio. Tunc enim integrum esse semitonium iure putaretur, si eorum differentia, quae est 13 facta octies, medietatem 243 numerorum potuisset aequare.

Estque uerum semitonium minus 243 ad 256 comparatio.

[PLLXIII:1182,1; text: Diatessaron, Differentia 64, Sesquitercia, Differentia 51, Differentia 40, Tonus, Semitonium, Differentia 24, Differentia 27, Differentia 13, 192, 216, 243, 256] [BOEDIM1 03GF]

XVIII

Diatessaron a diapente tono distare.

Rursus diapente consonantia, uocum quidem est quinque interuallorum quatuor, trium tonorum, et minore semitonio. Ponatur enim idem numerus 192, et eius sesquialter sumatur, qui ad eum diapente faciat consonantiam. Sit igitur numerus 288. Igitur horum et superius deprehensorum 192, ponantur in medio numeri hi 216, 243, 256, et sit hoc modo formata descriptio, 192, 216, 243, 256, 288.

[PLLXIII:1182,2; text: Diapente, Differentia 96, Sesquialtera, Differentia 51, Differentia 45, Tonus, Semitonium, Differentia 24, Differentia 27, Differentia 13, Differentia 32, 192, 216, 243, 256, 288] [BOEDIM1 03GF]

In superiore igitur descriptione, 192 et 256 duos tonos et semitonium contineri monstrati sunt. Restat igitur comparatio 256 ad 288, quae est sesquioctaua, id est tonus, eorumque differentia est 32, quae est octaua pars 256. Itaque monstrata est diapente consonantia ex tribus tonis semitonoque constare. Sed dubium diatessaron consonantia a centum nonaginta duobus numeris usque ad 256 uenerat. Nunc uero diapente ab eisdem 192 numeris usque ad 288 distenditur. Superatur igitur diatessaron consonantia a [1183] diapente, ea proportione quae inter 256 et 288 numeros continetur, at est hic tonus. Diatessaron igitur symphonia a diapente tono transcenditur.

XIX

Diapason quinque tonis et duobus semitoniis iungi.

Diapason consonantia constat ex quinque tonis et duobus semitoniis, quae tamen unum non impleant tonum. Quoniam enim monstratum est diapason ex diapente et diatessaron consistere, diatessaron uero probata est ex duobus tonis et semitonio constare; diapente ex tribus tonis ac semitonio simul iuncta efficiunt quinque tonos. Sed quoniam illa duo semitonia non erant integrae medietatis, eorum coniunctio ad plenum usque non peruenit. Sed medietatem quidem superat, ab integritate relinquitur. Estque diapason secundum hanc rationem ex quinque tonis et duobus semitoniis. Quae sicut ad integrum tonum non aspirant, ita ultra integrum semitonium prodeunt. Sed quae horum sit ratio, uel quemadmodum ipsae musicae consonantiae reperiantur, postea liquidius explanabitur. Interea praesenti disputationi sub mediocri intelligentia credulitatis adhibenda est: tunc uero firma omnis fides sumenda est, cum propria unum quodque demonstratione claruerit. His igitur ita dispositis paulisper de cytharae neruis, ac de eorum nominibus, quoque modo sunt additi, disseramus, quaque eorum causa sit nominum. His enim primum ad notitiam uenientibus facile erit scientia, quae sequuntur, amplecti.

XX

De additione chordarum earumque nominibus.

Simplicem principio fuisse musicam refert Nicomachus, adeo ut quatuor neruis tota constaret. Idque usque ad Orpheum durauit, ut primus quidem neruus et quartus diapason consonantiam resonarent. Medii uero ad se inuicem atque ad extremos diapente, ac diatessaron, ac tonum.

Nihil uero in eis esset inconsonum, ad imitationem scilicet musicae mundanae, quae ex quatuor constat elementis. Cuius quadrichordi Mercurius dicitur inuentor.

[PLLXIII:1183; text: Tetrachordum Mercurii, 6, c, Trite diezeugmenon, Diapente, 8, G, Lichanos meson. Diatessaron, 9, F, Parhypate meson. Tonus, 12, C, Parhypate hypaton. 1, 2, 3, 4, Diapason] [BOEDIM1 03GF]

Quinta uero chordam post Chorebus Athylis filius adiunxit, qui fuit Lydorum rex. Hyagis uero Phryx sextum his apposuit neruum. Sed septimus neruus a Terpandro Lesbio adiunctus est, secundum septem scilicet planetarum similitudinem. Inque bis quae grauissima quidem erat, uocata est hypate, quasi maior atque honorabilior. Unde Iouem etiam Hypaton [1184] uocant. Consulem eodem quoque nuncupant nomine propter excellentiam dignitatis, eaque Saturno est attributa propter tarditatem motus et grauitatem soni. Parhypate uero secunda, quasi iuxta hypaten posita et collocata. Lichanos tertia idcirco, quoniam lichanos digitus dicitur, quem nos indicem uocamus. Graecus a lingendo lichanon appellat. Et quoniam in canendo ad eam chordam, quae erat tertia ab hypate, index digitus, qui est lichanos inueniebatur, idcirco ipsa quoque lichanos appellata est. Quarta dicitur mese, quoniam inter septem semper est media. Quinta est paramese, quasi iuxta mediam collocata. Septima autem dicitur nete, quasi neate, id est inferior. Inter quam neten et paramesen est sexta, quae uocatur paranete, quasi iuxta neten locata. Paramese uero quoniam tertia est a nete, eodem quoque uocabulo trite, id est tertia nuncupatur, ut sit descriptio haec.

[PLLXIII:1184,1; text: Tetrachordum synemmenon iunctum, Mercurius, Synaphe, Chorebus, Lydorum rex, Atis filius, Hyagnis, Phryx, Terpander, Lesbios, 1, mi, Hypate, 2, fa, Parhypate, 3, sol, Lichanos, 4, la mi, Mese Synaphe, 5, Paramese, uel trite, 6, Paranete, 7, la, Nete, tetrachordum] [BOEDIM1 03GF]

His octauam Samius Lichaon adiunxit, atque inter paramesen, quae etiam trite dicitur, et paraneten neruum medium coaptauit, ut ipse tertius esset a nete. Et paramese quidem uocata est solum, quae post mediam collocabatur. Trites uero nomen perdidit, posteaquam inter eam atque paraneten tertius a nete locatus est neruus, qui digne trites nomen exciperet, ut sit octochordum secundum Lichaonis additionem, hoc modo:

[PLLXIII:1184,2; text: Orthochordum diezeugmenon disiunctum, [Diazenxis] Tonus, 1, mi, Hypate, 2, fa, Parhypate, 3, sol, Lichanos, 4, la, Mese, 5, Paramese, 6, Trites, 7, Paranete, 8, Nete, tetrachordum] [BOEDIM1 03GF]

[1185] In superioribus igitur duabus dispositionibus heptachordi et octochordi. Heptachordum quidem dicitur synemmenon, quod est coniunctum. Octochordum uero diezeugmenon, quod est disiunctum. In heptachordo enim est unum tetrachordum, hypate, parhypate, lichanos, mese. Aliud uero mese, paramese, paranete, nete, dum mesen neruum secundo numeramus, atque ideo duo tetrachorda per mesen coniunguntur.

In octochordo uero quoniam octo sunt chordae, superiores quatuor, id est hypate, parhypate, lichanos, mese, unum tetrachordum explent. Ab hoc uero disiunctum atque integrum inchoat a paramese, progrediturque per triten et paraneten, et finitum ad neten, et est disiunctio, quae uocatur diezeugmenon. Tonusque est distantia meses et parameses. Hic igitur mese tantum quidem nomen obtinuit. Non enim est media positione, quia in octochordo duae quidem semper mediae reperiuntur sed una media non potest inueniri. Prophrastus autem periotas ad grauiorem partem unam addidit chordam, ut faceret totum enneachordum.

Quae quoniam super hypaten est addita, hyperhypate est nuncupata. Quae prius quidem dum nouem chordarum tantum esset cythara, hyperhypate uocabatur. Nunc autem lichanos hypaton dicitur aliis superadditis. In quo ordine atque instructione, quoniam ad indicem digitum uenit, lichanos appellata est. Sed hoc posterius apparebit. Nunc uero enneachordi ordo sic se habet.

[PLLXIII:1185; text: Enneachordum, 1, Hyperhypate, 2, Hypate, 3, Parhypate, 4, Lichanos, 5, Mese, 6, Paramese, 7, Trites, 8, Paranete, 9, Nete] [BOEDIM1 04GF]

Hestiaeus Colophonius decimam in grauiorem partem coaptauit chordam, Timotheus uero Milesius undecimam. Quae quoniam super hypaten atque parhypaten sunt additae, hypate quidem hypaton uocatae sunt quasi maximae magnarum et grauissimae grauium, aut excellentes excellentium.

Sed uocata est prima inter undecim hypate hypaton. Secunda uero parhypate hypaton, quoniam iuxta hypaten hypaton collocata est. Tertia quae dudum in enneachordo parhypate uocabatur, lichanos hypaton est nuncupata. Quarta uero hypate antiquum tenuit nomen. Quinta parhypate.

Sexta lichanos antiquum scilicet habens uocabulum. Septima mese.

Octaua paramese. Nona trite. Decima paranete. Undecima nete. Est igitur unum tetrachordum hypate hypaton, [1186] parhypate hypaton, lichanos hypaton, hypate. Aliud uero hypate, parhypate, lichanos, mese, et haec quidem coniuncta sunt. Tertium uero est paramese, trite, paranete, nete. Sed quoniam inter superius tetrachordum, quod est hypate hypaton, parhypate hypaton, lichanos hypaton, hypate meson, et inter infimum, quod est paramese, trite, paranete, fit positione medium tetrachordum, quod est hypate, parhypate. Lichanos, mese, totum hoc medium tetrachordum meson uocatum est, quasi mediarum, uocaturque cum additamento hoc hypate meson, parhypate meson, lichanos meson, mese. Quoniam uero inter hoc meson tetrachordum, et inferius, quod est netarum, disiunctio est, meses scilicet et parameses, inferius omne tetrachordum disiunctarum, id est diezeugmenon, uocatum est, cum additamento scilicet hoc: paramese diezeugmenon, trite diezeugmenon, paranete diezeugmenon, nete diezeugmenon, ut sit descriptio hoc modo:

[PLLXIII:1186,1; text: Endecachordum, Tetrachordum diezeugmenon, Tetrachordum nete, Tetrachordum meson, Tetrachordum, 1, Hypate hypaton, 2, Parhypate hypaton, 3, Lichanos hypaton, 4, Synaphe, Hypate meson, 5, Parhypate meson, 6, Lichanos meson, 7, Mese, 8, Paramese diezeugmenon, 9, Trites diezeugmenon, 10, Paranete diezeugmenon, 11, Nete diezeugmenon, Diazeugmenon] [BOEDIM1 04GF]

Est igitur hic inter paramesen ac mesen disiunctio, atque ideo diezeugmenon tetrachordum hoc uocatum est. Quod si paramese auferatur, et sit mese trite, paranete, nete, tunc coniuncta, id est synemmenon, erunt tria tetrachorda, uocabiturque ultimum tetrachordum synemmenon hoc modo:

[PLLXIII:1186,2; text: Decachordum, Tetrachordum synemmenon, Tetrachordum meson, Tetrachordum, 1, Hypate hypaton, 2, Parhypate hypaton, 3, Lichanos hypaton, 4, Hypate meson, 5, Parhypate meson, 6, Lichanos meson, 7, Mese synemmenon, 8, Trites synemmenon, 9, Paranete synemmenon, 10, Nete synemmenon] [BOEDIM1 04GF]

[1187] Sed quoniam in hac uel in superiore hendecachordi dispositione mese, quae propter mediam collocationem ita uocata est, nete proxima accedit, et longe ab hypatis ultimis distat, nec proprium distantiae retinet locum, aliud unum tetrachordum adiunctum est, super neten diezeugmenon, quae quoniam superuadebat acumine netas superius collocatas, omne illud tetrachordum hyperboleon uocatum est hoc modo:

[PLLXIII:1187; text: Ordo 14 chordorum, Tetrachordum hyperboleon, Tetrachordum diezeugmenon, Tetrachordum meson, Tetrachordum hypaton, 1, Hypate hypaton. 2, Parhypate hypaton. 3, Lichanos hypaton. 4, Hypate meson, 5, Parhypate meson, 6, Lichanos meson, 7, Mese, 8, Paramese, 9, Trites diezeugmenon, 10, Paranete diezeugmenon, 11, Nete diezeugmenon, 12, Trites hyperboleon, 13, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon] [BOEDIM1 05GF]

Sed quoniam rursus mese non erat loco media sed magis hypatis accedebat, idcirco super hypatas hypaton addita est una chorda, quae dicitur proslambanomenos; ab aliquibus autem prosmelodos dicitur, tono integro distans ab

ea quae est hypate hypaton. Et ipsa quidem, id est proslambanomenos a mese octava est, resonans cum ea diapason symphoniam, eademque ad lichanon hypaton resonat diatessaron ad quartam, scilicet quae lichanos hypaton ad meson resonat diapente symphoniam, et est ab ea quinta. Rursus mese a paramese distat tono, quae eadem mese ad neten diezeugmenon quintam facit diapente consonantiam. Quae nete diezeugmenon ad neten hyperboleon quartam, facit diatessaron consonantiam. Et proslambanomenos ad neten hyperboleon reddit bisdiapason consonantiam hoc modo:

[1188] [PLLXIII:1188; text: Bis diapason, Diapason, Diatefferon, Diapente, Tonus, Semitonium, B, C, D, E, F, G, a, b, c, d, e, f, g, a A, Proslambanomenos, Hypate hypaton, Parhypate hypaton, Lichanos hypaton, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese, Paramese, Trite diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon, Trite hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, Semitonus] [BOEDIM1 05GF]

XXI

De generibus cantilenarum.

His igitur expeditis, dicendum est de generibus melorum. Sunt autem tria diatonum, chroma, enharmonium, et diatonicum quidem, aliquanto durius et naturalius. Chroma uero est iam quasi ab illa naturali intentione descendens, et in mollius decidens. Enharmonium uero optime atque apte coniunctum. Cum sint igitur quinque tetrachorda, hypaton, meson, synemmenon, diezeugmenon, hyperboleon; in his omnibus secundum diatonum cantilena procedit uox per semitonium, tonum ac tonum, in uno tetrachordo. Rursus in alio tetrachordo per semitonium tonum et tonum ac deinceps. Ideoque uocatur diatonicum quasi quod per tonum ac per tonum progrediatur. Chroma autem quod dicitur color, quasi iam ab huiusmodi intentione prima mutatio cantatur per semitonium et semitonium et tria semitonia. Tota enim diatessaron consonantia est duorum tonorum ac semitonii sed non pleni. Tractum est autem hoc uocabulum ut diceretur chroma a superficiebus, quae cum permutantur, in alium transeunt colorem. Enharmonium uero quod est magis coaptatum, est quod cantatur in omnibus tetrachordis per diesin et diesin et diatonum. Diesis autem est semitonii dimidium, ut sit trium generum descriptio, per omnia tetrachorda discurrens hoc modo:

[1189] [PLLXIII:1189; text: semitonium, tonus, tria semitonia, Diesis, Ditonus, Diatonicum, Chromaticum, Enarmonium] [BOEDIM1 06GF]

XXII

De ordine chordarum nominibusque in tribus generibus.

Nunc igitur ordo chordarum disponendus est omnium quae per tria genera uariantur, uel inconstanti ordine disponuntur. Prima est igitur proslambanomenos, quae eadem dicitur prosmelodos; secunda, hypate hypaton; tertia parhypate hypaton; quarta uero uniuersaliter quidem lichanos appellatur. Sed si in diatono genere aptetur, dicitur lichanos hypaton diatonos. Si uero in chromate, dicitur diatonos chromaticae, uel lichanos hypaton chromaticae. Si autem in enharmonio, dicitur lichanos hypaton enharmonios, uel diatonos hypaton enharmonios. Post hanc uocatur hypate meson; dehinc parhypate meson; atque hic lichanos meson simpliciter. In [1190] diatonico quidem genere, diatonos meson. In chromate, lichanos meson chromaticae, uel diatonos meson chromaticae. In enharmonio diatonos meson enharmonios, uel lichanos meson enharmonios. Has sequitur mese. Post hanc sunt duo tetrachorda partim synemmenon, partim diezeugmenon. Et synemmenon est quod post mesen ponitur, id est trite synemmenon. Dehinc lichanos synemmenon, eadem in diatonico diatonos synemmenon. In chromate uero uel diatonos synemmenon chromaticae, uel lichanos synemmenon chromaticae. In enharmonio uero uel diatonos synemmenon enharmonios, uel lichanos synemmenon enharmonios. Post has nete synemmenon. Si uero mese neruo non sit synemmenon tetrachordum adiunctum sed sit diezeugmenon, est post mesen paramese. Dehinc trite diezeugmenon, inde lichanos diezeugmenon, quae, in diatono, diatonos diezeugmenon. In chromate tum diatonos diezeugmenon chromaticae, tum lichanos diezeugmenon chromaticae. In enharmonio uero tum diatonos diezeugmenon enharmonios, tum lichanos diezeugmenon enharmonios. Eadem uero dicitur et paranete, cum additione uel diatoni, uel chromatis, uel enharmonii.

Super has nete diezeugmenon, trite hyperboleon, paranete hyperboleon, nete hyperboleon, et quae est paranete hyperboleon, eadem in diatono diatonos hyperboleon. In chromate uero chromaticae hyperboleon; in enharmonio uero enharmonios hyperboleon. Harum ultima ea est quae est nete hyperboleon, et sit descriptio eiusmodi ut trium generum contineat dispositionem in quibus et similitudinem nominum et differentiam pernotabis, ut si nerui similes in omnibus, cum eis qui sunt dissimiles colligantur, fiant simul omnes octo et uiginti. Hoc autem monstrat subiecta descriptio.

[1189-90] Diatonicum.

Proslambanomenos.

Hypate hypaton.

Parhypate hypaton.

Lichanos hypaton diatonos.

Hypate meson.

Parhypate meson.

Lichanos meson diatonos.

Mese.

Trite synemmenon.

Paranete synemmenon diatonos.

Nete synemmenon.

Paramese.

Trita diezeugmenon.
 Paranete diezeugmenon diatonos.
 Nete diezeugmenon.
 Trita hyperboleon.
 Paranete hyperboleon diatonos.
 Nete hyperboleon.
 Chromaticum.
 Proslambanomenos.
 Hypate hypaton.
 Parhypate hypaton.
 Lichanos hypaton chromaticae.
 Hypate meson.
 Parhypate meson.
 Lichanos meson chromaticae.
 Mese.
 Trita synemmenon.
 Paranete synemmenon chromaticae.
 Nete synemmenon.
 Paramese.
 Trita diezeugmenon.
 Paranete diezeugmenon chromaticae.
 Nete diezeugmenon.
 Trita hyperboleon.
 Paranete hyperboleon chromaticae.
 Nete hyperboleon.
 Enharmonium.
 Proslambanomenos.
 Hypate hypaton.
 Parhypate hypaton.
 Lichanos hypaton enharmonios.
 Hypate meson.
 Parhypate meson.
 Lichanos meson enharmonios.
 Mese.
 Trita synemmenon.
 Paranete synemmenon enharmonios.
 Nete synemmenon.
 Paramese.
 Paranete diezeugmenon enharmonios.
 Trita diezeugmenon.
 Nete diezeugmenon.
 Trita hyperboleon.
 Paranete hyperboleon enharmonios.
 Nete hyperboleon.

XXIII

Quae sint inter uoces in singulis generibus proportiones.

[1189] Hoc igitur modo per singula tetrachordo in generum proprietates partitio facta est, ut omnia quidem diatonici generis quinque tetrachorda, duobus tonis ac semitonio partiremur. Diciturque in hoc genere [1190] tonus incompositus, idcirco quoniam integer ponitur, nec aliquod ei aliud interuallum adiungitur. Sed in singulis interuallis integri insunt toni. In chromate uero semitonio, ac semitonio incompositoque trihemitonio posita diuisio est. Idcirco autem incompositum hoc trihemitonium appellauimus, quoniam in uno collocatum est interuallo; potest autem appellari [1191] trihemitonium in diatono genere semitonium ac tonus; sed non est incompositum, duobus enim id perficitur interuallis, et in enharmonio genere idem est. Constat autem ex diesi, et diesi, et diatono incomposito, quod scilicet propter eamdem causam incompositum nuncupamus, quoniam in uno collocatum est interuallo.

XXIV

Quid sit synaphe.

Sed in his ita dispositis constitutisque tetrachordis synaphe est.

Quam coniunctionem dicere Latina significatione possumus, quotiens duo tetrachorda unius termini medietas continuat atque coniungit, ut in hoc tetrachordo.

[PLLXIII:1191; text: Tetrachordum, Synaphe, Hypate hypaton, Parhypate hypaton, Lichanos hypaton, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese] [BOEDIM1 06GF]

Hoc igitur est unum tetrachordum hypate hypaton, parhypate hypaton, lichanos hypaton, hypate meson. Aliud uero hypate meson, parhypate meson, lichanos meson, mese. In utrisque igitur tetrachordis hypate meson annumerata est. Superiorisque tetrachordi ea est acutissima, posterioris uero grauissima. Estque ista coniunctio una eademque chorda hypate meson, duo tetrachorda coniungens, ut eadem hypaton ac meson tetrachorda in superiore descriptione adiunxit. Est igitur synaphe, quae coniunctio dicitur, duorum tetrachordum uox media, superioris quidem acutissima, posterioris uero grauissima.

XXV

Quid sit diezeuxis.

Diezeuxis uero appellatur, quae disiunctio dici potest, quotiens duo tetrachorda toni medietate separantur, ut in his duobus tetrachordis.

[1192] [PLLXIII:1192; text: Tetrachordum, Tonus, Tetrachor, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese, Paramese, Trite diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon] [BOEDIM1 06GF]

Duo igitur esse tetrachorda euidenter apparet, quoniam quidem octo sunt chordae. Sed diezeuxis est, id est disiunctio inter mesen et paramesen, quae inter se pleno differunt tono, de quibus euidentius explicabitur, cum unumquodque studiosius explanandum posterior tractatus assumpserit. Sed diligentius intuenti quinque, non amplius tetrachorda reperiuntur, hypaton, meson, synemmenon, diezeugmenon, hyperboleon.

XXVI

Quibus nominibus neruos appellauerit Albinus.

Albinus autem earum nomina Latina oratione ita interpretatus est, ut hypatas principales uocaret, mesas medias, synemmenas coniunctas, diezeugmenas disiunctas, hyperboleas excellentes. Sed nobis in alieno opere non erit immorandum.

XXVII

Qui nerui quibus sideribus comparentur.

Illud tamen interim de superioribus tetrachordis addendum uidetur, quod ab hypate meson usque ad neten quasi quoddam ordinis disiunctionisque coelestis exemplar est. Namque hypate meson Saturno est attributa, parhypate uero Iouiali circulo consimilis est, lichanon meson Marti tradidere, Sol meson obtinuit, trite synemmenon Venus habet, paranete synemmenon Mercurius regit, nete autem Lunaris circuli tenet exemplum. Sed Marcus Tullius contrarium ordinem facit. Nam in sexto libro de Republica sic ait: Et natura fert ut extrema ex altera parte grauitate, ex altera autem acute sonent. Quam ob causam summus ille coeli stellifer cursus, cuius conuersio est concitator acuto, et excitato mouetur sono, grauissimo autem hic lunaris atque infimus. Nam terra nona, immobilis manens, ima sede semper haeret; hic igitur Tullius terram quasi silentium ponit, scilicet immobilem. Post hanc sui proximus a silentio est, dat Lunae grauissimum sonum, ut sit Luna proslambanomenos. Mercurius hypate hypaton, Venus parhypate hypaton, Sol lichanos hypaton, Mars hypate meson, [1193] Iupiter parhypate meson, Saturnus lichanos meson, Coelum ultimum mese. Quae uero sint harum immobiles, quae uero in totum mobiles, quae autem immobiles mobilesque consistant, cum de monochordi regularis diuisione tractauero, erit locus aptior explicandi.

XXVIII

Quae sit natura consonantiarum.

Consonantiam uero licet aurium quoque sensus diiudicet, tamen ratio perpendit. Quotiens enim duo nerui, uno grauiore, intenduntur, simulque pulsus reddunt permixtum quodammodo et suauem sonum, duaeque uoces quasi coniunctae in unum coalescunt, tunc fit ea quae dicitur consonantia. Cum uero simul pulsus, sibi quisque ire cupit, nec permiscent ad aurem suauem atque unum ex duobus compositum sonum, tunc est quae dicitur dissonantia.

XXIX

Ubi consonantiae reperiuntur.

In his autem comparationibus grauitatis atque acuminis has consonantias necesse est inueniri, quae sibi commensuratae sint, id est quae notam possunt communem habere mensuram, ut in multiplicibus duplum, quod est, illa pars metitur, quae inter duos est terminos differentia, ut inter duos et quatuor binarius utrosque metitur, inter duos atque sex quae tripla est, binarius utrosque metiatur, inter nouem atque octo eadem unitas est, quae utrosque metiatur. Rursus in superparticularibus si sesquialtera sit proportio, ut quatuor ad sex, binarius est qui utrosque metiatur, qui scilicet utrorumque est differentia. Quod si sesquitertia sit proportio, ut si octo senario comparentur, idem binarius utrosque metitur; id uero non euenit in caeteris generibus inaequalitatum, quae supra retulimus, ut in superpartiente. Nam si quinarium ad ternarium comparemus, binarius qui eorum differentia est, neutrum metitur. Nam si semel ternario comparatus, minor est, duplicatus excedit. Item bis quinario comparatus, minor est, tertio uero supergreditur. Atque idcirco hoc primum inaequalitatis genus a consonantiae natura disiungitur amplius quod in his quae consonantias formant, multa similia sunt, in his uero minime, id probatur hoc modo: namque duplum nihil est aliud nisi bis simplum, triplum nihil aliud nisi tertio simplum. Quadruplum uero idem est quod quarto simplum. Sesquialterum, bis medietas. Sesquitergium uero ter pars tertia, quod haud facile in caeteris inaequalitatum generis inuenitur.

XXX

Quemadmodum Plato dicat fieri consonantias.

Plato uero hoc modo fieri in aure consonantiam dicit. Necesse est, inquit, uelociorem quidem esse acutiorem sonum. Hic igitur cum grauem praecesserit, in aurem celer ingreditur, ostensaue extrema [1194] eiusdem corporis parte quasi pulsus iterato motu reuertitur. Sed iam segnior, nec ita celeri, ut primo impetu emissus cucurrit, quocirca grauior quoque. Cum igitur iam grauior rediens, nunc primum graui sono uenienti similis occurrit, miscetur ei, unamque, ut ait Plato, consonantiam miscet.

XXXI

Quid contra Platonem Nicomachus sentiat.

Sed id Nicomachus non arbitratur dictum ueraciter. Neque enim similibus esse consonantiam sed dissimilibus potius in unum eademque consonantiam uenientium; grauius uero graui si misceatur, nullam facere consonantiam, quoniam hanc canendi concordiam similitudo non efficit sed dissimilitudo. Quae cum distet in singulis uocibus, copulatur in mixtis. Sed hinc potius Nicomachus consonantiam fieri putat. Non, inquit, unus tantum pulsus est, qui simplicem modum uocis emittat sed semel percussus neruus saepius aerem pellens multas efficit uoces. Sed quia ea uelocitas est percussio, ut sonus sonum quodammodo comprehendat, distantia non sentitur, et quasi una uox auribus uenit. Si igitur percussiones grauium sonorum commensurabiles sint percussio acutorum sonorum, ut in his proportionibus quas supra retulimus, non est dubium quin ipsa commensuratio sibimet misceatur, unamque uocem efficiat consonantiam.

XXXII

Quae consonantia quam merito proecedat.

Sed inter omnes quas retulimus consonantias, habendum iudicium est ut in aure, ita quoque in ratione quam harum meliorem oporteat arbitrari.

Eodem namque modo auris afficitur sonis, uel oculus aspectu, quo animi iudicium numeris uel continua quantitate. Proposito enim numero uel linea, nihil est facilius quam eius duplum oculo uel animo contueri.

Item post dupli iudicium sequitur dimidii, post dimidium tripli, post triplum partis tertiae. Quae ideo quoniam facilius est dupli descriptio, optimam Nicomachus putat diapason consonantiam, post hanc diapente, quae medium tenet, hinc diapente ac diapason, quae triplum.

Caeteraque secundum eundem modum formamque diiudicat. Non uero hoc Ptolemaeus eodem modo, cuius omnem sententiam posterius explicabo.

XXXIII

Quo sint modo accipienda quae dicta sunt.

Omnia tamen quae dehinc diligentius expedienda sunt, summatim nunc ac breuiter attendemus, ut interim in superficie quadam animum haec lectoris assuefaciant, qui ad interiorum scientiam posteriore tractatione descendet. Nunc uero quod erat Pythagoricis in morem, ut cum quid a magistro Pythagora diceretur, hinc nullus rationes petere audebat sed erat ei ratio docentis auctoritas, idque fiebat quandiu discentis animus firmiore doctrina roboratus, ipse eandem rerum rationem nullo etiam docente [1195] reperiret; ita etiam nunc lectoris fidei quae proponimus, commendamus. ut arbitretur diapason in dupla, diapente in sesquialtera, diatessaron in sesquitercia, diapente ac diapason in triplici, bis diapason in quadrupla propositione consistere. Post uero et hoc ratio diligentius explicabit, et quibus modis aurium quoque iudicio consonantiae musicae colligantur, caeteraque omnia quae superius dicta sunt amplior tractatus edisseret, et tonum sesquioctauam facere proportionem, eumque in duo aequa diuidi non posse, sicut nullam eiusdem generis proportiones, id est superparticularis; diatessaron etiam consonantiam duobus tonis semitonioque consistere, semitonia uero esse duo, maius ac minus, diapente autem tribus tonis ac semitonio minore contineri. Diapason uero quinque tonis ac duobus minoribus semitoniis expleri, neque ad sex tonos ullo modo peruenire. Haec omnia posterius et numerorum ratione et aurium iudicio comprobabo, atque haec hactenus.

XXXXIV

Quid sit musicus.

Nunc illud est intuendum quod omnis ars, omnisque etiam disciplina honorabiliorem naturaliter habeat rationem, quam artificium, quod manu atque opere artificis exercetur. Multo enim est maius atque altius scire quod quisque faciat, quam ipsum illud efficere quod sciat; etenim artificium corporale, quasi seruiens famulatur. Ratio uero quasi domina imperat, et nisi manus secundum id quod ratio sancit efficiat, frustra sit. Quanto igitur praeclarior est scientia musicae in cognitione rationis, quam in opere efficiendi atque actu tantum, scilicet quantum corpus mente superatur! Quod scilicet rationis expertus seruitio degit, illa uero imperat, atque ad rectum deducit, quod nisi pareat eius imperio, et expertus rationis opus titubabit. Unde fit ut speculatio rationis operandi actu non egeat. Manuum uero opera nulla [1196] sint, nisi ratione ducantur. Iam uero quanta sit gloria meritumque rationis hic intelligi potest, quod caeteri (ut ita dicam) corporales artifices non ex disciplina sed ex ipsis potius instrumentis cepere uocabula. Nam citharoedus ex cithara, uel tibicen ex tibia, caeterique suorum instrumentorum uocabulis nuncupantur. Is uero est musicus qui, ratione perpensa, canendi scientiam, non seruitio operis sed imperio speculationis assumit. Quod scilicet in aedificiorum bellorumque opera uidemus, et in contraria scilicet nuncupatione uocabuli. Eorum namque nominibus uel aedificia inscribuntur, uel ducuntur triumphi, quorum imperio ac ratione instituta sunt. non quorum opere seruitioque perfecta. Tria sunt igitur genera quae circa artem musicam uersantur: unum genus est quod instrumentis agitur, aliud fingit carmina, tertium quod instrumentorum opus carmenque diiudicat. Sed illud quidem quod in instrumentis positum est, ibique totam operam consumit, ut sunt citharoedi, quique organo caeterisque musicae instrumentis artificium

probant, a musicae scientiae intellectu seiuncti sunt, quoniam famulantur (ut dictum est), nec quidquam afferunt rationis sed sunt totius speculationis expertes. Secundum uero musicam agentium est genus poetarum, quod non potius speculatione ac ratione quam naturali quodam instinctu fertur ad carmen, atque idcirco hoc quoque genus a musica segregandum est.

Tertium est quod iudicandi peritiam sumit, ut rhythmos cantilenasque eorumque carmen possit perpendere. Quod scilicet quando totum in ratione ac speculatione positum est, hoc proprie musicae deputabitur.

Isque musicus est cui adest facultas secundum speculationem rationemue propositam ac musicae conuenientem, de modis ac rhythmis, deque generibus cantilenarum, ac de permixtionibus, ac de omnibus de quibus posterins explicandum est, ac de poetarum carminibus, iudicandi.

LIBER SECUNDUS

primum

Prooemium

[1195] Superius uolumen cunctas digessit, quae nunc diligentius explicanda esse proposui; itaque priusquam ad ea ueniam quae propriis rationibus perdocenda, sunt, pauca praemittam, quibus elucubrator animus auditoris ad ea quae dicenda sunt accipienda perueniat.

II

Quid Pythagoras esse philosophiam constituerit.

Primus omnium Pythagoras sapientiae studium philosophiam nuncupauit, quam scilicet eius rei notitiam ac disciplinam ponebat, quae proprie uereque esse diceretur. Esse autem illa putabat quae nec intentione crescerent, nec diminutione decrescerent, [1196] nec ullis accidentibus mutarentur. Haec autem esse formas, magnitudines, qualitates, habitudines, caeteraque quae per se speculata immutabilia sunt, iuncta uero corporibus permutantur, et multimodis uariationibus mutabilis rei cognitione uertuntur.

III

De differentiis quantitatis, et quae cui disciplinae sit deputata.

Omnis uero quantitas secundum Pythagoram uel continua, uel discreta est. Sed quae continua est magnitudo appellatur, quae discreta est multitudo. Quorum haec est diuersa et contraria pene proprietas.

Multitudo enim a finita inchoans quantitate, crescens in infinita progreditur, ut nullus crescendi finis occurrat. Estque ad minimum terminata, interminabilis [1197] ad maius, eiusque principium unitas est, qua minus nihil est. Crescit uero per numeros atque in infinita protenditur, nec ullus numerus, quo minus crescat, terminum facit. Sed magnitudo finitam rursus suae mensurae recipit quantitatem sed in infinita decrescit. Nam si sit pedalis linea, uel cuiuslibet alterius modi, potest in duo aequa diuidi, eiusque medietas in medietatem secari, eiusque rursus medietatis in aliam medietatem, ut nunquam ullus secandi magnitudinem terminus fiat. Ita magnitudo quantum ad maiorem modum terminata est, fit uero cum decrescere coeperit infinita. At contra numerus, quantum ad minorem modum finitus est, infinitus autem incipit esse cum crescit. Cum igitur haec ita sint infinita, tamen quasi de rebus finitis philosophia pertractat, inque rebus infinitis reperit aliquid terminatum, de quo possit iure acumen propriae speculationis adhibere. Namque magnitudinis alia sunt immobilia, ut terra, ut quadratum, uel triangulum, uel circulus. Alia sunt mobilia, ut sphaera mundi, et quidquid in eo rata celeritate conuertitur. Discretae uero quantitatis alia sunt per se, ut tres uel quatuor, uel caeteri numeri; alia uero ad aliud, ut duplum, triplum, aliaque quae ex comparatione nascuntur. Sed immobilis magnitudinis geometria speculationem tenet. Mobilis uero scientiam astronomia persequitur. Per se uero discretae quantitatis arithmetica auctor est.

Ad aliquid uero relatae musica probatur obtinere peritiam.

IV

De relatae quantitatis differentiis.

Ac de ea quidem quantitate discreta quae per se est in arithmetica sufficienter diximus. Relatae uero ad aliquid quantitatis simplicia quidem genera tria sunt: unum quidem multiplex, aliud uero superparticulare, tertium superpartiens. Cum uero multiplex superparticulari superpartientique miscetur, fiunt duae aliae ex his, id est multiplex superparticularis, et multiplex superpartiens. Horum igitur omnium talis est regula, si unitatem cunctis in naturali numero uolueris compare, ratus multiplicis ordo texetur. Duo enim ad unum duplus est, tres ad eundem triplus, quatuor quadruplus, et in caeteris eodem modo, ut subiecta descriptio docet.

[PLLXIII:1197; text: Differentiae unius ab alio numero. Ordo naturalis. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, duplus, Triplus, quadruplus, Quitiplus, Sextuplus, Septuplus, Octuplus, Noncuplus, Decuplus] [BOEDIM2 01GF]

Si uero superparticularem proportionem quaeras, naturalem [1198] sibi compara numerum, detracta scilicet unitate, ut tres duobus sesquialter est, quatuor tribus, qui sesquitercius est, quinarius quaternario sesquiquartus est, et in caeteris eodem modo, quod monstrat subiecta descriptio.

[PLLXIII:1198,1; text: Sesquialter, Sesquiquartus, Sesquisextus, 2, 3, 4, 5, 6, 7, Sesquitercius, Sesquiquintus] [BOEDIM2 01GF]

Superpartientes autem tali modo reperies. Disponas naturalem numerum a ternario scilicet inchoantem. Si unum igitur intermiseris, superbipartientem effici pernotabis; quod si duo, supertripartientem; quod si tres, superquadripartientem, idemque in caeteris.

[PLLXIII:1198,2; text: Superbipartiens, Superquadriparties, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, Supertripartions] [BOEDIM2 01GF]

Ad hunc ordinem spectans et compositas ex multiplici et superparticulari, et ex multiplici et superpartienti proportionem, lector diligens speculabitur. Sed de his tamen omnibus in arithmetice expeditius dictum est.

V

Cur multiplicitas antecellat.

Sed in his illud est considerandum quod multiplex inaequalitatis genus longe duobus reliquis uidetur antiquius. Naturalis enim numeri dispositio, in multiplicibus unitati quae prima est, comparatur.

Superparticularis uero non unitatis comparatione perficitur sed ipsorum, qui post unitatem sunt dispositi numerorum, ut ternarii ad binarium, quaternarii ad ternarium, et in caeteris ad hunc modum.

Superpartientium uero longe retro formatio est, quae nec continuis numeris comparatur sed intermissis, nec semper aequali [1199] intermissione. Sed nunc quidem una, nunc uero duabus, nunc tribus, nunc quatuor, atque ita in infinita succrescit. Amplius multiplicitas ab unitate incipit, superparticularitas a binario, superpartiens proportio a ternario initium capit. Sed de his hactenus; nunc quaedam quae quasi axiomata Graeci uocant, praemittere oportebit, quae tum demum quo spectare uideantur intelligemus, cum de uniuscuiusque rei demonstratione tractabimus.

VI

Qui sint quadrati numeri deque his speculatio.

Quadratus numerus est qui gemina dimensione in aequa concreuerit, ut bis duo, ter tres, quater quatuor, quinque quinque, sexies sex, quorum est ista descriptio:

2 3 4 5 6 7 8 9 10

4 9 16 25 36 49 64 81 100

Superius igitur dispositus numerus naturalis, latus est quadratorum inferius descriptorum. Continuum enim naturaliter sunt quadrati, qui sese in subiecto ordine consequuntur, ut 4, 9, 16, et caeteri.

[PLLXIII:1199,1; text: 4, 2, 9, 3, 16, 4, 25, 5, 36, 6, Bases quadratorum.] [BOEDIM2 02GF]

Si igitur continuum quadratum minorem a continuo quadrato maiore sustulero, quod relinquitur tantum erit quantum est quod ab utrorumque quadratorum lateribus iungitur; ut si quatuor auferam a nouenario, quinque sunt reliqui, qui ex duobus et tribus, qui sunt utrorumque quadratorum latera, coniunguntur. Item si nouenarium aufero de eo qui sedecim numeris ascriptus est, 7 sunt reliqui, qui scilicet ex ternario quaternarioque coniunctus est, qui praedictorum quadratorum latera sunt. Idemque est in caeteris.

[PLLXIII:1199,2; text: 7, 2, 5, 25, 4, 21, senarius, tonus, 16, 12, tonus sedecimus, 9, tonus nouenarius] [BOEDIM2 02GF]

Quod si non sint continui quadrati sed unus inter eos transmissus sit, fit eius quod relinquitur medietas, id quod ex utriusque lateribus efficitur, ut si quaternarium de 16 quadrato auferamus, 12 relinquuntur, quorum 12 medietas est is numerus qui ex utrorumque lateribus conuenit. Sunt autem utrorumque latera, duo et quatuor, quae senarium iuncta perficiunt. Atque in caeteris idem modus est. Sin uero duo intermittantur, tertia pars erit eius quod relinquitur, id quod utrorumque latera coniungunt, ut si quatuor de 25 auferam, intermissis duobus quadratis, relinqui 21 sunt. Eorum uero latera sunt 2 et 5 qui efficiunt 7, qui sunt pars tertia numeri 21. Atque haec regula est, ut si tres intermissi sint, pars quarta sit, id quod ex utrorumque lateribus efficitur eius [1200] quod subtracto minore a maiore relinquitur. Sin quatuor transmittantur, quinta, atque uno plus uocabulo numeri partes uenient, quam sit intermissio numerorum.

VII

Ommem inaequalitatem ex aequalitate procedere, eiusque demonstratio.

Est autem quemadmodum unitas pluralitatis numerique principium, ita aequalitas proportionum. Tribus enim praeceptis (ut in arithmetica dictum est) multiplices proportionum ex aequalitate producimus, ex conuersis uero multiplicibus superparticularibus habitudines procreamus.

Item ex conuersis superparticularibus, superpartientes comparationes efficitur. Ponantur enim tres unitates, uel tres binarii, uel tres ternarii, uel quotlibet aequi termini, et sit primus primo aequus in sequenti scilicet ordine constitutus. Secundus uero primo ac secundo, tertius primo, duobus secundis ac tertio, ita enim numero progressio, fit duplex multiplicis prima proportio, ut haec subiecta descriptio monet.

1 1 1

1 2 4

Nam unitas in secundo ordine constituta, aequa est primae unitati in superiore loco dispositae. Item binarius aequus est unitati primae ac secundae. Item quaternarius aequus est unitati primae, ac duabus unitatibus secundis atque unitati tertiae et est 1, 2, 4, dupla proportio. Quod si de his idem feceris, tripla comparatio procreabitur, ac de tripla quadrupla, de quadrupla quincupla, ac deinceps talis currit habitudinum procreatio. Rursus hisdem tribus praeceptis superparticulares fiunt, ut uno probamus exemplo.

Conuertamus nunc, et priorem maiorem numerum disponamus 4, 2, 1; ponatur igitur primus primo aequus, id est 4; secundus primo scilicet et secundo, id est 6; tertius primo, duobus secundis, et tertio, id est 9; quibus dispositis sesquialtera notatur esse proportio.

[PLLXIII:1200,1; text: 4, 2, 1, 6, 9, Sesquialtera] [BOEDIM2 02GF]

Atque id si de triplis fiat, sesquitertia; se de quadruplis sesquiquarta, consimilibusque in alterutra parte uocabulis proportionalitas ex multiplicitate nascetur, ex superparticularitate uero conuersa ducitur superpartiens habitudo. Disponatur enim conuersim sesquialtera comparatio, 9, 6, 4. Ponatur enim primus primo aequus, id est 9; secundus primo et secundo, id est 15; tertius primo duobus secundis ac tertio, id est 25; ac disponantur in ordinem hoc modo:

[PLLXIII:1200,2; text: 9, 6, 4, 5, 25, Superbipartiens] [BOEDIM2 02GF]

Superbipartiens igitur ex conuersis sesquialteris habitudo [1201]

producta est; quod si quis ad hanc speculationem diligens scrutator accedat, ex sesquitertiis conuersis supertripartientem producit, caeterisque similibus uocabulis adaequatis cunctas ex superparticularitate superpartientis

species procreari mirabitur. Ex non conuersis autem superparticularibus sed ita ut ex multiplici procreati sunt, manentibus, necesse est multiplices superparticulares creari. Ex manentibus uero superpartientibus, ita ut ex superparticularibus prodierunt, non alii nisi multiplices superpartientes procreabuntur. Ac de his quidem hactenus, diligentius enim in Arithmeticae libris de hac comparatione est disputatum.

VIII

Regula quotlibet continuas proportiones superparticulares inueniendi.

Saepe autem accidit ut tres, uel quatuor, uel quotlibet aequas superparticularium proportiones de musica disputator inquirat. Sed ne in casu atque inscitia facientes, error ullus difficultatis impediatur, hac regula quotlibet aequas proportiones ex multiplicitate ducemus.

Unusquisque multiplex ab unitate scilicet computatus, tot superparticulares habitudines praecedat, suae scilicet in contrariam partem denominationis, quotus ipse ab unitate discesserit. Hoc modo ut duplex sesquialteras antecedit, triplex sesquitercias, quadruplex sesquiquartas, ac deinceps in hunc modum. Sit igitur duplorum subiecta descriptio.

1 2 4 8 16 32

3 6 12 24 48

9 18 36 72

27 54 108

81 162

243

In superiore igitur descriptione binarius primus multiplex, unum ad se ternarium habet, qui possit facere sesquialteram proportionem.

Ternarius uero non habet talium qui eius possit esse sesquialter, quoniam medietate deficit. Rursus quaternarius secundus est duplex, hic duos sesquialteros antecedit senarium et nouenarium, qui medietate caret. Atque idcirco nullus ei habitudine sesquialtera comparatur, et in caeteris idem est. Tripli uero eodem modo sesquitercios creant; sit enim similis in triplo descriptio.

[PLLXIII:1201; text: Latitudo. In latitudine et unoquoque ordine tripli. 1, 3, 9, 27, 81, 4, 12, 36, 108, 16, 48, 144, 64, 192, 236, Superas ad proximos inferos sesquitercii. Quadruplares omnes et diagonii] [BOEDIM2 02GF]

In superiore igitur descriptione sesquitercias proportiones ita natas uidemus, ut primus triplex unum sesquitercium antecedit, secundus duos, tertius tres, [1202] semperque pars tertia in ultimo numero naturali quodam fine claudatur. Quod si quadruplum staueris eodem modo, sesquiquartos inuenies, si quincuplum sesquiquintos. Ac deinceps singuli denominationis multiplicis tot superparticulares praecedunt, quoto loco ipsi a se unitate discesserint. Unam uero tantum quadrupli dispositionem ponemus, ut in ea sicut in caeteris lector diligens acumen mentis exercent.

[PLLXIII:1202; text: Latitudo, Quadrupli in latitudine. 1, 4, 16, 64,

236, 5, 20, 80, 320, 25, 100, 400, 125, 500, 625, Sesquiquarti superni ad inferos proximos. Quincupli omnes diagonii] [BOEDIM2 03GF]

Haec igitur speculatio ad hanc utilitatem uidetur inuenta, ut quotienscunq; 4 uel 5, uel quotlibet sesquialteros, uel sesquitercios, uel sesquioctuos, uel quotlibet alias proportiones quaerat aptare, qui quanti sint propositi, tot praecedere, et post se habere non possit. Sed disponat potius multiplices, uideatque quantos superparticulares requirit, eumque multiplicem respiciat, qui eo loco ab unitate recesserit, ut est in superioribus descriptionibus, si tres sesquialteros fortasse quaesierit, non a quaternario ingrediatur inuestigationem. Hic enim, quoniam secundus est duplus, duos tantum praecedat, tertiumque ei aptare non poterit sed ut ab octonario medietates tentet apponere. Hic enim quoniam tertius est, tres quas quaerit sesquialteras proportiones efficiet, et in caeteris eodem modo. Est etiam alia augendi proportionum uia hoc modo: Radices proportionum dicuntur in eisdem comparationibus minimae proportionis. Disponatur enim numerus naturalis, unitate multiplicatus.

2 3 4 5 6 7

Minimae igitur proportionum sunt, ut in sesquialtera 3 ad 2, in sesquitercia 4 ad 3, in sesquiquarta 5 ad 4, et deinceps in infinitum, et quaecumque se proportionum unitate praecesserint. Propositum igitur sit duas sesquialteras proportionum continua comparatione producere.

Sumo radicem sesquialteram, eamque dispono, 2 et 3. Multiplico igitur binarium per binarium, fiunt 4. Item ternarius per binarium crescat, erunt 6. Rursus ternarium in semetipsum ducemus, fiunt 9, qui disponuntur hoc modo:

2 3 4 6 9

Inuenimus igitur duas propositas sesquialteras proportionum 6 ad 4, et

9 ad 6. Sit nunc propositum tres inuenire. Dispono eosdem numeros quos supra in exquirendis duabus sesquialteris habitudinibus proposueram, ipsasque sesquialteras proportionum [1203] Multiplico binario quaternarium, fiunt octo. Rursus senarium binario, fiunt 12. Rursus nouenarium binario, fiunt 18. Rursus nouenarium ternario, fiunt 27.

Disponantur igitur hoc modo:

2 3

4 6 6

8 12 18 28

Atque hic modus erit in caeteris, ut si sesquitercias proportiones uelis extendere, ponas sesquiterriorum radices, quae sunt quaternarius atque ternarius ad se inuicem comparati.

3 4

9 12 16

27 27 48 64

Atque ad hunc modum multiplices, quod si sesquiquartas sesquiquartorum dispones radices eademque multiplicatione sesquiquartos quotlibet extends. Quantum autem nobis hae considerationes prosint, sequens ordo monstrabit.

IX

De proportione numerorum qui ab aliis metiuntur.

Si duos numeros eorum differentia integre fuerit permensa, in eadem sunt proportione numeri, quos sua differentia mensa est, in qua erunt proportione etiam hi numeri secundum quos eos sua mensa est differentia. Sint enim numeri 50, 55; hi ergo ad se inuicem sesquidecima habitudine comparantur, et est eorum differentia quinarius, qui scilicet est pars decima numeri 50. Hic igitur metietur quidem 50 numerum decies, 55 uero undecies; secundum decem igitur atque 11 numeros 55 et 50 propria differentia, id est quinarius, permietur, et sunt 11 ad 10 sesquidecima comparatione compositi. In eadem igitur sunt proportione numeri quos propria differentia integra permensa est, in qua sunt hi secundum quos eos propria differentia est permensa; quod si qua differentia numerorum ita eos numeros quorum est differentia metiatur, ut eadem mensuram numerorum pluralitas excedat, idemque in utrisque sit excessus, et sit diminutior differentiae mensura, quam est pluralitas numerorum, maiorem obtinebunt proportionem ad se inuicem numeri, si ei illud quod relinquitur post mensionem, retractum sit, quam fuerunt integri, cum eos propria differentia metiebatur. Sint enim numeri duo 33, 58; hos igitur quinarius, qui est eorum differentia, metiatur. Metitur igitur 55 quinarius decies usque ad 50, relinquit uero ternarium. Rursus 58 numerum metitur idem undecies usque ad 55, atque in eo iterum ternarium derelinquit. Auferatur igitur ex utrisque ternarius, fiunt

50 et 55, qui disponatur hoc modo:

53 58 50 55

In hoc igitur manifestum est maioris esse proportionis inter se 50 et 55 quam 53 et 58. In minoribus enim numeris maior semper proportio reperitur, [1204] quod paulo posterius demonstrabimus. Sin uero illa differentiae permensio numerorum multitudinem superuadat, eademque utrosque numeri pluralitate praetereat, minores erunt proportiones numeri superius mensi cum additione eius summae quae utrosque metiens differentia superuadit, quam fuerunt ante, cum eos propria differentia metiebatur. Sint enim numeri 48 et 53, horum quinarius differentia est. Metiatur igitur 48 numerum, quinarius decies fiunt 50. Superuadit igitur 50 numerus 48 numerum binario, idem quinarius 53 undecies metiatur fiunt 55, qui eisdem rursus duobus 53 numerum superuadit; addatur utrisque binarius et disponantur hoc modo:

48 53 50 55

Minores igitur sunt proportiones 50 ad 55 comparati, cum additione scilicet binarii quo differentia eos metiens superuadit, quam 48, et 53 numeri quos eadem, quae tamen in eis supercreuit, quinarii differentia permensa est. Maiores uero et minores proportiones hoc modo intelliguntur. Dimidia pars maior est quam tertia. Tertia pars est maior quam quarta. Quarta pars maior est quam quinta, ac deinceps eodem modo. Unde fit ut sesquialtera proportio maior sit sesquitercia, et sesquitercia sesquiquartam uincat. Atque idem in caeteris. Hinc euenit ut in numeris maioribus minor, et minoribus maior semper uideatur proportio superparticularium numerorum. Quod apparet in numero naturali: disponatur enim numerus naturalis 1, 2, 3, 4.

Binarius igitur ad unitatem duplus est. Ternarius ad binarium sesquialter est. Quaternarius uero ad ternarium sesquitercius. Maiores uero sunt numeri tres et 4. Minores uero binarius et unitas: in maioribus igitur minor, et in minoribus maior proportio continetur: hinc apparet quod si aliquid numeris proportionem continentibus superparticularem, aequa pluralitas addatur, maiorem esse proportionem ante aequae pluralitatis augmentum, quam posteaquam eis aequa sit addita pluralitas.

X

Quae ex multiplicibus et superparticularibus multiplicitate fiunt.

Illud etiam praetermittendum non uidetur, quod paulo post demonstrabitur, si multiplex interuallum binario fuerit multiplicatum, id etiam quod ex illa multiplicatione nascetur multiplex esse. Quod si id quod ex tali multiplicatione procreatum sit non fuerit multiplex, tunc illud non esse multiplex, quod binario fuerit multiplicatum. Item si superparticularis proportio binario multiplicetur, id quod fit neque superparticulare esse, neque multiplex. Quod si id quod ex tali multiplicatione nascetur, neque multiplex, neque superparticulare est, tunc illud quod binario multiplicatum est, uel superparticularis uel alterius generis est, non uero multiplicis.

[1205] XI

Qui superparticulares quos multiplices efficiant.

His illud est addendum duos primos superparticulares primam efficere multiplicem proportionem, ut sesquialter et sesquitercius si coniungantur duplicem creant. Sint enim numeri 2, 3, 4, 3 ad 2 sesquialter est, 4 ad 3 sesquitercius, quatuor ad duo duplus. Rursus primus multiplex primo additus superparticulari secundum multiplicem creat. Sint enim numeri 2, 4, 6; 4 namque ad 2 duplex est, primus scilicet multiplex. At 6 ad 4 sesquialter, qui est

primus superparticularis; 6 ad duos triplus, qui secudus est multiplex: quod si triplum sesquitercio addas, quadruplus efficitur; si quadruplum sesquiquarto, quincuplus. Atque in hunc modum iunctis proportionibus multiplicium ac superparticularium, in infinitum multiplices procreantur.

XII

De arithmetica, geometrica, harmonica medietate.

Quoniam uero de proportionibus quae erant interim tractanda praediximus, nunc de medietatibus est dicendum. Proportio enim est duorum ad se terminorum quaedam comparatio, terminos autem uoco numerorum summas. Proportionalitas est aequarum proportionum collectio. Proportionalitas uero in tribus terminis minimis constat.

Constat autem plerumque in pluribus, ut in quatuor uel in sex terminis. Cum enim primus ad secundum terminum eandem retinet proportionem quam secundus ad tertium, dicitur haec proportionalitas.

Estque inter tres terminos medius, qui secundus est. Has igitur proportiones medii termini coniungentis, trina partitio est- Aut enim aequa est differentia minoris termini ad medium, et medii ad maximum sed non aequa proportio, ut in his numeris 1, 2, 3; inter unum quippe ac duo et inter duo et tres tantum unitas differentiam tenet. Non est autem aequa proportio. Duo quippe ad unum dupli sunt, ternarius ad duo sesquialter. Aut est aequa proportio in utrisque, non uero aequalibus differentiis constituta, ut in his numeris 1, 2, 4. Nam duo ad unum ita sunt dupli, quemadmodum quaternarius ad binarium. Sed inter quaternarium binariumque binarius, inter binarium atque unitatem unitas differentiam facit. Est uero tertium medietatis genus, quod neque eisdem proportionibus neque eisdem differentiis constat. Sed quemadmodum se habet maximus terminus ad minimum, ita sese habet maiorum terminorum differentia ad minorum differentiam terminorum, ut in his numeris 3, 4, 6. Nam sex ad 3 duplus est, inter sex uero 4

binarius interest. Inter quaternarium uero ac ternarium unitas. Sed binarius comparatus ad unitatem rursus duplus est; ergo ut est maximus terminus in numeris ad minimum, ita maiorum differentia ad minorum differentiam terminorum. Vocatur igitur illa medietas, in qua aequae sunt differentiae, arithmetica. Illa uero in qua aequae proportiones, geometrica. Illa autem quam [1206] tertiam descripsimus, harmonica.

Quarum haec subiiciamus exempla:

[PLLXIII:1206; text: Arithmetica, Geometrica, Harmonica, 1, 2, 3, 4, 6, aequae differentiae, aequae proportiones, diuersae differentiae et proportiones] [BOEDIM2 03GF]

Non uero ignoramus alias quoque esse proportionum medietates, quas quidem in arithmetica diximus; sed ad praesentem tractatum hae sunt interim necessariae. Sed inter has tres medietates proportionalitas quidem proprie, et maxime geometrica nuncupatur, idcirco quoniam aequis proportionibus tota contextitur. Sed tamen eodem utemur promiscue uocabulo, proportionalitates etiam caeteras nuncupantes.

XIII

De continuis medietatibus et disiunctis.

Sed in his alia continua est proportionalitas, alia disiuncta.

Continua quidem, ut superius disposuimus. Unus enim idemque numerus medius, nunc quidem maiori supponitur, nunc quidem minori praeponitur.

Quotiens uero duo sunt medii, tunc disiuncta proportionalitas nuncupatur, ut in geometrica hoc modo, 1, 2, 3, 6. Nam ut est binarius ad unitatem, ita senarius ad ternarium, et uocatur haec disiuncta proportionalitas; unde intelligi potest continuam quidem proportionalitatem in tribus et minimis terminis inueniri, disiunctam uero in 4. Potest autem in 4 et in pluribus continua esse proportionalitas, siquidem hoc modo sit, 1, 2, 4, 8, 16. Sed hic non erunt duae proportiones sed plures, semperque una minus quam sint termini constituti.

XIV

Cur ita appellatae sint digestae superius medietates.

Idcirco autem una eorum medietas arithmetica nuncupatur, quod inter terminos, secundum numerum aequa est differentia. Geometrica uero secunda dicitur, quod similis est qualitas proportionis. Harmonica autem uocatur, quoniam ita est coaptata, ut in differentiis ac terminis aequalitas proportionum consideretur. Et de his quidem diligentius in arithmetice disputatum est, nunc uero ut commemoremus, tantum ista percurramus.

XV

Quemadmodum ab aequalitate supradictae processerant medietates.

Sed paulisper quemadmodum istae proportionalitates ab aequalitate procreantur dicendum est. Praedictum est enim quod in numero ualet unitas, idem in proportionibus aequalitatem ualere, et sicut numeri caput est unitas, ita proportionum aequalitatem esse principium.

Quocirca hoc modo arithmetica medietas ab aequalitate nascetur: positus enim tribus aequis terminis, hi duo modi sunt quibus haec proportionalitas producatur. Ponatur enim primus primo aequus.

Secundus primo et secundo. Tertius primo secundo ac tertio, quod hoc monstratur exemplo: Sint unitates tres. Ponatur igitur primus primo aequus [1207] id est unus. Secundus primo ac secundo, id est duo.

Tertius primo secundo ac tertio, id est tres, eritque dispositio talis:

1 1 1

1 2 3

Rursus sint tres binarii inaequalitate constituti, 2, 2, 2: ponatur primus primo aequus, id est 2. Secundus primo et secundo, id est 4.

Tertius primo secundo ac tertio, id est 6, et erit dispositio haec:

2 2 2

2 4 6

Sed in his hoc speculandum est, quod si unitas fuerit ad aequalitatis principium constituta, unitas etiam erit in differentiis numerorum, ipsi uero numeri inter se nullum intermittunt. Si uero binarius teneat aequalitatem, binarius est differentia, et unus inter terminos semper numerus intermittitur. Sin uero ternarius idem differentia est, inter terminos uero duo naturaliter constituti intermittentur, ac deinceps in hunc modum.

3 3 3

3 6 9

Est etiam alia proportionalitatem arithmetica procreandi uia.

Ponantur enim tres aequi termini, constituaturque primus primo ac secundo aequus, secundus primo ac duobus secundis, tertius primo et duobus secundis ac tertio, ut si sint tres unitates. Sit primo primo ac secundo aequus, id est secundo, Secundus uero primo, ac duobus secundis, id est tertio. Tertius autem primo, duobus secundis ac tertio, id est quatuor,

1 1 1

2 3 4

Hic igitur terminorum differentiam unitas tenet; inter binarium enim et unitatem, atque inter ternarium ac binarium, unitas interest.

Nullus uero naturalis numerus intermittitur. Post unitatem enim mox binarius est, ac post binarium ternarius naturaliter constitutus, idem rursus in binario fiat. Sintque tres binarii, et sit primus primo ac secundo aequus, id est quaternarius; secundus uero primo et duobus secundis, id est senarius; tertius autem primo, duobus secundis ac tertio, id est octonarius.

2 2 2

4 6 8

Hic quoque binarius tenet differentiam terminorum, uno inter eos naturaliter intermisso. Nam inter 4 et 6 quaternarius naturaliter intermittitur, inter 6 atque 8 septenarius collocatur. Quod si ternarius aequalitatis principium sit, fiet ternarius differentia; uerbi gratia: Sint termini tres ad regulas superiorum subtus.

3 3 3

6 9 12

In his ergo ternarius est differentia, et duo numeri intermissi, id est uno minus quam sit differentia semper [1208] numeris intermissis, atque idem et in quaternario, quinarioque perspicitur, et quae nos propter breuitatem tacemus, iisdem regulis ex semetipso diligens lector inueniet. Geometrica uero proportionalitas tunc quemadmodum inueniri ab aequalitate possit ostendimus, quando quemadmodum ab aequalitate omnis inaequalitas profluit monstrabamus, nisi tamen fastidium est, nunc quoque breuiter repetendum est. Constitutis enim tribus aequis terminis, ponatur primus primo aequus. Secundus primo ac secundo. Tertio primo duobus secundis ac tertio. Idemque fiat continue atque ita ex aequalitate geometrica proportionalitas principium sumat.

Sed de harum proportionum proprietatibus quam diligentissime in arithmetice diximus; quod si ad haec illis instructus lector accedat, nullo dubitationis errore turbabitur. Harmonica uero medietas, de qua nunc paulo latius tractandum est, hac ratione procreatur. Constituatur enim, siquidem duplices curamus effingere, tribus aequis terminis positus, primus primo ac duobus secundis aequalis. Secundus duobus primis et duobus secundis. Tertius semel primo, bis secundo, et ter tertio. Atque hoc modo sint unitates.

1 1 1

Constituatur igitur primus primo ac duobus secundis aequalis, id est ternarius. Secundus uero duobus primis et duobus secundis, id est quaternarius. Tertius uero primo ac duobus secundis et tribus tertiis, id est sex. Et si in binariis aequalitas construat, uel in ternariis eadem ratio medietatis apparet, duplo a se terminis differentiisque distantibus, ut subiectae descriptiones monent.

1 1 1

3 4 6

2 2 2

6 8 12

3 3 3

8 12 18

Quod si facienda est in extremitatibus tripla proportio, tribus aequis terminis constitutis, primus quidem faciendus est ex primo ac secundo, secundus uero ex primo ac duobus secundis, tertius autem ex primo, duobus secundis ac tribus tertiis, ut est subiecta descriptio.

1 1 1

2 3 6

2 2 2

4 6 12
3 3 3
6 9 18

Sed ingressi harmonicam disputationem, quae de ea diligentius dici possunt tacite praetereunda esse non arbitror. Collocetur igitur harmonica proportionalitas, inque ea descriptione superiore ordine terminorum inter se differentiae disponantur.

[1209] [PLLXIII:1209,1; text: Differentiae, 1, 2, Termini, 3, 6, Diatessarion, Sesquitertia, Sesquialtera, Diapente, Dupla Diapason] [BOEDIM2 03GF]

Videsne igitur ut quatuor ad tres diatessarion consonantiam prodant, sex ad quatuor diapente concordent; sex uero ad tres diapason misceant symphoniam, ipsaeque earum differentiae rursus eadem statuunt consonantiam. Binarius enim ad unitatem duplus est in diapason consonantia constitutus; quod si se extremitates multiplicent, itemque medius sui multiplicitate succrescat, comparati numeri toni habitudinem concordiamque seruabunt. Ter enim sex efficiunt 18, quater fient 16. Sed 18 numerus, 16 numerus minoris parte octava transcendit.

Rursus minimus terminus si se ipse multiplicet, efficiet 9. Quod si maior terminus sui multiplicatione concreseat, efficiet 36, qui sibimet comparati, quadruplam, id est bis diapason, concinentiam seruant. Quod si haec diligentius inspiciamus, haec erit omnis rei differentiarum uel terminorum in se inuicem multiplicatio. Minimus enim terminus, si medio multiplicetur, fient 12. Item minimus terminus, si maximo multiplicetur, fient 18. Medius uero terminus, si maximi numerositate augeatur, fiant 24. Rursus terminus minimus, si seipso concreseat, fient 9, Eodem modo si medius, fiant 16. Senarius uero, qui maximus est, si seipsum multiplicet, 36 reddet: haec igitur in ordinem disponantur, 36, 24, 18, 16, 12, 9.

[PLLXIII:1209,2; text: 9, 16, 36, 3, 4, 6, 12, 24, 18] [BOEDIM2 03GF]

Sunt igitur diatessarion consonantiam resonantes 24 ad 18, et 12 ad 9, diapente uero 18 ad 12, et 24 ad 16, et 36 ad 24. Tripla autem quae est diapason et diapente 36 ad 12. Quadrupla uero quae est bis diapason 36 ad 9. Epogdous uero qui tonus est 18 ad 16 comparatione seruatur.

[1210] [PLLXIII:1210; text: Diapafon et Diapente, Diapason, Diateffaron, Tonus, Diatessarion, 36, 24, 18, 16, 12, 9, Diapente, Bis diapafon] [BOEDIM2 04GF]

XVI

Quemadmodum inter duos terminos supradictae medietates uicissim collocentur.

Solent autem duo termini dari proponique, ut inter eos nunc quidem arithmetica, nunc uero geometrica, nunc harmonicam medietatem ponamus; de quibus in arithmetice quoque diximus, id tamen ipsum nunc etiam breuiter explicemus. Si arithmetica medietas quaeritur, datorum terminorum uidenda differentia est, eademque diuidenda ac minori termino adiicienda. Sint enim decem et 40 altrinsecus termini constituti, horumque medietas secundum arithmeticae proportionalitatem quaeratur. Differentiam prius utrorumque respicio, quae est 30; hanc diuido, fiunt 15; hanc minori termino, id est decem appono, fiunt 25.

Si igitur hic inter 10 et 40 medius collocetur, fit arithmetica proportionalitas hoc modo, 10, 25, 40. Item inter eosdem terminos medietatem geometricam collocemus. Extremos propria numerositate multiplico, ut 10 in 40 fiunt 400; horum tetragonale latus assumo, fiunt uiginti. Vicies enim uiginti fiunt 400. Hos igitur 20 medios inter 10 ac 40 si collocem, fit geometrica medietas subiecta descriptione formata, 10, 20, 40. Si uero harmonicam medietatem quaeramus, sibimetipsos copulamus extremos, ut 10 et 40 fient 50.

Eorum differentiam quae est 30 in minorem terminum multiplicemus, scilicet in 10, ut fiant decies 30, qui sunt 300; hos si secundum 50 partimur, fiunt 6. Quos cum minori termino addiderimus, fient 16. Hunc igitur numerum si inter 10 ac 40 medium collocemus, harmonica proportionalitas expedietur 10, 16, 40.

XVII

De consonantiarum modo secundum Nicomachum.

Sed his hactenus. Nunc illud addendum uidetur quemadmodum Pythagorici probant consonantias musicas in praedictis proportionibus inueniri, in qua re scilicet eis Ptolemaeus non uidetur assensus, de quo paulo posterius dicemus. Haec enim ponenda est maxime esse prima suauisque consonantia, cuius [1211] proprietatem sensus apertior comprehendit.

Quale enim est unumquodque per semetipsum, tale et deprehenditur sensu. Si igitur cunctis notior est ea consonantia quae in duplicitate consistit, non est dubium primam esse omnium diapason consonantiam, meritoque excellere, quoniam cognitione praecedat. Reliquae uero hunc necessario secundum Pythagorico, ordinem tenent, quem dederint multiplicitas augmenta et superparticularis habitudinis detrimenta.

Monstratum quippe est quod multiplex inaequalitas superparticulares proportionum meriti antiquitate transcendat. Quocirca naturalis numerus ab unitate usque ad quaternarium disponatur, 1, 2, 3, 4.

Igitur unibinarius comparatus proportionem duplicem facit, et reddit diapason consonantiam eam, quae est maxima, ei simplicitate notissima.

Si uero unitati ternarius comparetur, diapason ac diapente concordiam personabit. Quaternarius uero unitati comparatus quadruplam tenet, scilicet bis diapason efficiens symphoniam; quod si ternarius binario comparetur, diapente. Si uero quaternarius ternario diatessarion consonantiam supplet, isque est horum ordo cunctis ad se inuicem comparatis. Nam comparatio quae restat, si quaternarium binario comparemus, cadet in duplicem proportionem, quam

tenebat ad unitatem binarius comparatus; itaque maxime distant soni in bis diapason cum a se quadrupla interualli dimensione discedunt. Minimum uero, cum acutior grauiorem tertia grauioris parte transcendit, ac stat deinceps concinentiarum modus, qui neque ultra quadruplam possit extendi, neque intra partem tertiam coarctari; et secundum Nicomachum quidem hic consonantiarum est ordo, ut sit prima diapason, secunda diapason et diapente, tertia bis diapason, quarta diapente, quinta diatessaron.

XVIII

De ordine consonantiarum sententia Ebulidis et Hippasi.

Sed Ebulides atque Hippasus alium consonantiarum ordinem ponunt: aiunt enim multiplicatis augmenta superparticularitatis diminutioni rato ordine respondere. Itaque non posse esse duplum nisi dimidium, nec triplum praeter tertiam partem. Quoniam igitur sit duplum, ex eo diapason consonantiam reddi. Quoniam uero sit dimidium, ex eo quasi contraria diuisione sesquialteram, id est diapente, effici proportionem. Quibus mixtis, scilicet diapason ac diapente, triplicem procreari, quae utramque contineat symphoniam sed rursus triplicis partem tertiam contraria diuisione partiri. Ex que rursus diatessaron symphonia nascetur. Triplicem uero atque sesquitertium iunctos quadruplam comparisonem proportionis efficere; unde fit ut ex diapason et diapente quae est una consonantia, et diatessaron una continentia coniungatur, quae in quadruplo consistens bis diapason nomen accipit. Secundum hos quoque hic ordo est: Diapason, diapente, diapason ac diapente, diatessaron, bis diapason.

[1212] XIX

Sententia Nicomachi quae quibus consonantiis apponantur.

Sed Nicomachus non eadem esse eis arbitratur contrariam positionem.

Sed potius ut unitas in arithmetiis crementi erat diminutionisque principium, ita etiam diapason symphoniam reliquarum esse principium, illas uero sibi contraria diuisione posse constitui; id uero facilius erit cognitu si prius praeuideatur in numeris. Constituatur igitur unitas, duaeque partes ab ea fluant, una multiplicis, alia diuisionis.

Sitque haec formula:

[PLLXIII:1212; text: Dimidium, Pars 3, Pars 4, Pars 5, Pars 6, I, II, III, IV, V, VI] [BOEDIM2 04GF]

Et ad hunc modum ad infinita progressio est. Binarius enim unitatis duplex est. Contraria uero eius pars eisdem dimidium unitatis ostendit. Tres triplus et contraria pars tertia. Quatuor quadruplus, parsque et contraria quarta. Atque ita crescendi et decrescendi in simplici est unitate principium. Idem igitur nunc ad consonantias conuertamus. Est igitur diapason quae dupla est supremi loco principii, quae uero reliquae sunt, in contraria diuisione hoc modo.

Sesquialter quidem triplo, sesquitertius uero quadruplo quod tali argumentatione probabitur. Idem enim primum est sesquialter, qui primus triplus principalis, scilicet unitatis. Nam ternarius idem primus triplus est, scilicet unitati. Idem primus sesquialter, si binario comparetur. Rursus idem ternarius eiusdem differentiae quam ad binarium facit, cuius naturaliter positus probatur esse sesquialter, triplus est. Cum igitur iure sesquialter triplici opponatur, diapente consonantia, diapente ac diapason consonantiae rationabiliter putatur opponi. Rursus quadruplus sesquitertii contrariam diuisionem tenet.

Nam qui est primus quadruplus, idem rursus primus sesquitertius inuenitur hoc modo. Quaternarius quippe primus est quadruplus, si unitati primus sesquitertius, si ternario comparetur. Rursus eius differentiae, quam inter se ac ternarium tenet, ipse fit quadruplus.

Unde fit ut sesquiertia proportio, quae est diatessaron, quadruplae proportioni, quae est bis diapason, in contrarium diuidatur. Dupla uero quoniam nullam habet oppositam proportionem, nec ullius ipsa sesquialtera est, aut exstat numerus cui possit binarius, qui primus est duplus, superpartulari proportione coniungi, talem formam contrariae proportionis excedit. Atque idcirco secundum Nicomachum diapason consonantiarum principium teneat hoc modo.

[1213] [PLLXIII:1213; text: Diapason. Diapente et diapason. Diapente.

Bisdiapason. Diatessaron.] [BOEDIM2 04GF]

Sed quamuis ita sese habeat, inquit tamen omnes melius multiplices proportiones consonantiarum praecedere, superpartulares sequi, sicut paulo ante descripsimus. Cum igitur consonantia sit duarum uocum rata permixtio, sonus uero modulatae uocis casus, una intentione productus, sitque idem minima particula modulationis, omnis uero sonus constet impulsu. Pulsus uero omnis ex motu fiat, cumque motuum aliqui sint aequales, alii uero inaequales, inaequalium uero alii sint multo inaequales, alii uero minus, alii uero mediocriter inaequales. Ex aequalitate quidem nascitur sonorum aequalitas. Ex inaequalitate uero ea quae secundum mediocritatem distantiae inaequales sunt, manifestae, primaeque ac simpliciores eueniunt proportiones, quae sunt scilicet multiplices aut superpartulares, dupli, tripli, quadrupli, sesquialteri, atque sesquitertii consonantiae. Ex his uero quae in reliquis proportionibus, uel multimodis, uel non ita claris, uel longe omnino a se distantibus inaequalitates fiunt, dissonantiae existunt.

Nulla autem sonorum concordia procreatur.

XX

Qui oporteat praemitti ut diapason in multiplici genere demonstraretur.

Hoc igitur ita distincto, demonstrabitur diapason consonantiam quae cunctarum optima est in multiplici inaequalitatis genere, et in duplicitalis habitudine reperiri. Ac primum quidem illud demonstrandum, quemadmodum in multiplici genere diapason consonantia possit agnosci. Praecurrendum est igitur ad breue quiddam, quo prius cognito facilius demonstratio fiat: ab omni superpartulari, si continuam ei superpartularem quis auferat

proportionem; quae est scilicet minor, id quod relinquitur minus est eius medietate, quae detracta est proportionis, ut in sesquialtera ac sesquitertia. Quoniam sesquialtera maior est, sesquiterciam de sesquialtera detrahimus, relinquitur sesquioctava proportio quae duplicata non efficit integram sesquiterciam proportionem sed ea distantia minor est quae in semitonio reperitur; quod si duplicata sesquioctava comparatio non est integra sesquiterciae, simplex sesquioctava non est sesquiterciae proportionis plena medietas; quod si sesquiquartum sesquitercio auferas, id quod relinquitur medietatem sesquiquarti non efficit, idemque in caeteris.

XXI

Demonstratio per impossibile diapason in multiplici genere esse.

Age nunc ad diapason consonantiam redeamus. [1214] Quod si ea non est in multiplici genere inaequalitatis, cadet in superparticulare inaequalitatis genus. Sit igitur superparticularis proportio diapason consonantia. Auferatur ab ea continua consonantia, id est diapente, relinquitur diatessaron. Bis igitur diatessaron minus est uno diapente, et ipsum diatessaron non implet diapente consonantiae medietatem, quod est impossibile. Monstrabitur enim bisdiatessaron tono ac semitonio consonantiam diapente transcendere. Quocirca nec diapason quidem in superparticulari inaequalitatis genere poni potest.

[PLLXIII:1214; text: Tonus, Differentia 32, Semitonium, Differentia 13, Differentia 27, Differentia 24, 288, 256, 243, 216, 192, Diapente, 69, Diatessaron, 64] [BOEDIM2 05GF]

XXII

Demonstratio per impossibile diapente diatessaron et tonum in superparticulari esse.

Restat igitur ut diapente ac diatessaron, et tonum, in superparticularitate ponenda esse monstremus. Nam etsi id in prima quoque probatione ea qua diapason in superparticulari genere non esse ponenda monstrauius, id quoque quodam rationis modo perclaruit; sigillatim tamen de eo ac diligentius pertractemus. Nam si in superparticulari quis has habitudines ponendas esse non dixerit, in mutiplici genere fatebitur collocandas. Nam in superpartienti uel caeteris mixtis cur poni non possint, superius (ut arbitror) explanatum est. Ponantur igitur, si fieri potest, in multiplici genere. Et quoniam diatessaron consonantia minor est, diapente maior, diatessaron duplici, diapente uero triplici proportioni multiplici aptetur. Verisimile est enim ut est consonantia diatessaron consonantiae, diapente continua. ita si diatessaron in duplici statuitur, diapente incontinua duplicis poni, id est triplici.

Tonus autem quoniam in habitudinis musicis post diatessaron locatur, nimirum in ea proportione ponatur, quae est minor duplici. Haec autem in multiplici genere non potest inueniri. Restat igitur ut in superparticularitatis habitudinem cadat. Sit igitur prima, id est sesquialtera, toni proportio. Nam si duplicem auferamus, triplici, quod relinquitur, sesquialter est. Quod si diatessaron [1215] quidem duplex est, diapente uero triplum, sublato diatessaron a diapente tonus reliquus fit, nullo modo dubitari potest quin tonus in sesquialtera debeat proportione constitui. Sed duae sesquialterae proportiones duplicem uincunt, quemadmodum ex arithmetis instructus sibi potest quisque colligere. Duo igitur toni diatessaron superabunt, quod est inconueniens: diatessaron enim duos tonos semitonii spatio transcendit. Non igitur fieri potest ut non diapente ac diatessaron in superparticulari inaequalitatis genere collocetur. Quod si quis tonum quoque in multiplici genere esse perscribat, quoniam quidem tonus minor est quam diatessaron. Diatessaron uero minus est quam diapente, diapente quidem ponatur in quadrupla, diatessaron in tripla, tonus in duplici. Sed diapente constat ex diatessaron et tono. Quadruplum igitur secundum hanc rationem constabit ex triplo ac duplo, quod fieri nequit. Rursus statuatur diatessaron quidem in triplici, et diapente in quadruplo. Si igitur auferamus triplum a quadruplo, sesquitercius relinquetur. Rursus si diatessaron diapente consonantiae subtrahas, fit reliquus tonus. Tonus igitur secundum hanc rationem in sesquitercia proportione constabit. Sed tres sesquitercii uno triplici sunt minores. Tres igitur toni unum diatessaron nulla ratione supplebunt, quod est falsissimum. Duo enim toni ac semitonium minus diatessaron consonantiam supplent. Ex his igitur demonstratur diatessaron consonantiam non esse multiplicem. Dico autem quoniam nec diapente consonantia in multiplici genere poterit collocari. Nam si in eo statuatur, quoniam est ei minor continua, id est diatessaron, non locabitur diapente in minimo multiplici, id est duplici scilicet ut si locus quo diatessaron consonantia possit aptari. Sed diatessaron consonantia multiplicis generis non est. Quocirca nec diapente, in maiore habitudine multiplicis quam est dupla quae minima est, aptari potest. Si igitur diapente in minima, scilicet dupla, diatessaron uero, quae minor est, in multiplici quidem aptari non potest. Non est enim quidquam minus a se duplici. Sit igitur sesquialtera, tonus uero sesquitercia, in continua enim proportione locabitur. Sed duo sesquitercii ampliores sunt uno sesquialtero. Duo igitur toni unam diatessaron consonantiam uincunt, quod nulla ratione continget. Ex his igitur approbatur diapente ac diatessaron in multiplici genere collocari non posse: quocirca in superparticulari inaequalitatis genere iure ponentur.

XXIII

Demonstratio diapente et diatessaron in maximis superparticularibus collocari.

Illud quoque addendum necessario est, quoniam si diapente ac diatessaron superparticulares proportionem tenent, in maximis superparticularibus proportionibus collocantur. Sunt autem maxime sesquialtera et sesquitercia. Hoc uero approbabitur hoc modo. Nam si in minoribus proportionibus quam sesquialtera [1216] uel sesquitercia diapente ac diatessaron consonantiae collocentur, non est dubium quin sicut aliae quaelibet proportionem superparticulares praeter sesquialteram et sesquiterciam iunctae non efficiunt unum duplum, ita diapente ac diatessaron unum diapason nulla ratione concludunt.

Quoniam enim diapason in duplici proportione esse monstratum est, duplex uero proportio ex sesquialtero sesquitertioque componitur; diapason uero ex diatessaron ac diapente copulatur, non est dubium quin, si totum diapason in duplici statuatur, diapente et diatessaron in sesquialtera sesquitertiaque proportione sint locandae. Aliter enim non poterunt diapason iunctae perficere, quae consonantia in duplici proportione consistit, nisi in his duabus proportionibus steterint sesquialtera scilicet ac sesquitertia. Aliae enim proportiones superparticulares hanc nulla ratione coniungent.

[PLLXIII:1216; text: Sesquitercius, Sesquioctauus, 6, 8, 9] [BOEDIM2 05GF]

XXIV

Diapente in sesquialtera, diatessaron in sesquitertia esse, tonum in sesquioctaua

Dico autem quoniam proprie diapente in sesquialtera, et diatessaron in sesquitertia proportione consistit. Quoniam enim inter utrasque proportiones, sesquialteram scilicet et sesquiterciam, sesquialtera est maior et sesquitertia minor, quoniamque in consonantiis diapente maior diatessaron minor, apparet maiorem proportionem maiori, et minorem minori esse consonantiae aptandum. Erit igitur diapente quidem in sesquialtera, diatessaron uero in proportione sesquitertia collocanda. Quod si diatessaron a diapente consonantiam subtrahamus, relinquatur spatium, quod dicitur tonus. Sesquitercium uero si proportioni sesquialterae minuamus, relinquatur sesquioctaua proportio. Quo fit ut tonus in sesquioctaua debeat ratione constitui.

XXV

Diapason ac diapente in tripla proportione esse, bis diapason in quadrupla.

Sed quoniam demonstratum est diapason quidem duplam, diapente uero sesquialteram, iunctas uero duplam ac sesquialteram triplicem proportionem procreare, ex his etiam apparet diapente ac diapason in triplici proportione constitui. Sed si quis triplici proportioni sesquiterciam habitudinem iungat, quadruplam facit. Igitur si diapente ac diapason consonantiis diatessaron symphonia iungatur, fit quadruplum spatium uocum, quod bis diapason supra esse monstrauius,

[1217] XXVI

Diatessaron ac diapason non esse consonantiam secundum Pythagoricos.

Sed in his illud diligens lector agnoscat, quod consonantiae consonantiis suppositae alias quasdam consonantes efficiant. Nam diapente ac diatessaron iunctae, diapason (ut dictum est) creant; huic uero, id est diapason rursus si diapente symphonia iungatur, fit consonantia, quae ex utrisque uocabulis nuncupatur, diapason scilicet ac diapente. Cui si diatessaron addatur, fit bis diapason, quae quadruplam proportionem tenet. Quid igitur si diatessaron ac diapason consonantias iungamus, ullamne secundum Pythagoricos efficiant consonantiam? Minime. Mox enim in superpartiens inaequalitatis genus cadit, nec seruat uel multiplicatis ordinem, uel superparticularitatis simplicitatem. Age enim statuatur numeri quibus id facilius approbemus: sit enim ternarius, cuius sit senarius, duplus scilicet, in diapason proportione consistens. Huic aptetur sesquitertia quam diatessaron esse praediximus, ut octonarius. Is enim ad senarium diatessaron proportionem tenet, qui octonarius ad ternarium comparatus habet eum bis. Sed ne sit multiplex, habet etiam eius aliquas partes, neque eas simplices. Duabus enim eum superuenit unitatibus, quae sunt quae tertiae partes ternarii, quem primum terminum minimumque locamus. Sint igitur termini hi, 3, 6, 8.

[PLLXIII:1217; text: Multiplex superbipartiens tertias. Diapason cum Diatessaron dissonantia. 3, 6, 8, Diapason, consonantia, Diatessaron, Dupla, Sesquitertia] [BOEDIM2 05GF]

Illud quoque quod inter duas sibi continuas consonantias cadit, etenim neque duplum est integrum, ut diapason consonantiam prodat, neque triplum, ut diapason ac diapente efficiat symphoniam. Cui si tonus addatur, mox triplum modum proportionis efficiet. Quoniam enim diapason ac diapente sibi iunctae efficiunt triplum, diatessaron uero et tonus diapente consonantiam iungunt, si diapason consonantia addatur diatessaron, inconsonum fit, quoniam inter duplicem ac triplicem nulla potest naturaliter proportio multiplicatis intelligi. Quod si ei adiicio tonum, fit diapason, diatessaron, et tonus, quod nihil distabit utrum diapason ac diapente sit. Diatessaron enim et tonus diapente constituunt. Sit enim diapason quidem 3 et 6; diatessaron 6 et 8; tonus 8 et 6; diapente 6 et 6; diapason ac diapente [1218] 3 ac 9: erit igitur sic tripla proportio 3, 6, 8, 9.

Sed quanquam de his multa Nicomachus, nos tamen qua potuimus breuitate partim ea ipsa quae Pythagorici affirmant promentes, partim ex eisdem quaedam consequentia argumentantes, probauimus, si diatessaron consonantiae diapason addatur, consonantiam ex his coniungi non posse.

Quid uero sentiat de his Ptolemaeus, posterius apponam. Sed de his hac tenus nunc de semitoniis considerandum est,

[PLLXIII:1218,1; text: on cum Diapente, Diapente, 3, 6, 8, 9, Diapason, dupla, Diatessaron, Sesquitertia, Tonus, Sesquioctaua, Diapason cum diatessaron] [BOEDIM2 06GF]

XXVII

De semitanio in quibus minimis numeris constet.

Videntur enim semitonia nuncupata, non quod uere tonorum sint medietates sed quod sint non integri toni. Huiusque spatii quod nunc quidem semitonium nuncupamus, apud antiquiores autem limma uel diesis uocabatur, hic modus est. Cum enim ex sesquitertia proportione quae diatessaron est, duae sesquioctauae habitudines, quae toni sunt, auferuntur, relinquatur spatium quod semitonium nuncupatur. Quaeramus igitur duos tonos continua dispositione descriptos. Sed, quoniam hi (ut dictum est) in sesquioctaua proportione consistunt, duasque sesquioctauas proportiones

continuas adhibere non possumus nisi multiplex ille, a quo hae deriuari possint, reperiatur, sit unitas prima eique octonarius octuplus primus. Ad hoc igitur unum sesquioctauum potero deriuare. Sed quia duos quaerimus, fient octies octo, atque ex eo 64 explicentur. Erit igitur secundus octuplus a quo possumus duas sesquioctauas proportionales educere. Namque octo quae est octaua pars 64 unitatum eisdem additi totam summam 72 perficiunt; his uero si sua octaua similiter opponatur, quae est nouenarius, 81 reddunt. Eruntque duo toni continui principali dispositione conscripti

64, 72, 81.

[PLLXIII:1218,2; text: 64, 72, 81, tonus] [BOEDIM2 06GF]

Nunc igitur 64 unitatum sesquitercium conquiramus. Sed quoniam 64

probantur partem tertiam non habere, si omnes hi numeri ternario multiplicentur, mox eis pars tertia contingit, et omnes in eadem proportione durabunt, in qua fuerunt antequam his ternarius multiplicator accederet; fiant igitur ter 64, id est 192, horum tertia 64 eisdem addita 256 reddet, Erit igitur haec sesquitercia proportio diatessaron [1219] consonantiam tenens. Nunc igitur quas sesquioctauas proportionales ad 192 duobus numeris continentes ratio ordine colloceamus; fiant igitur ter 72, id est 216. Rursus ter 81, qui sunt 243, qui inter duos supra scriptos terminos collocentur hoc modo: 192, 216, 243, 256.

[PLLXIII:1219; text: tonus, semitonium, 192, 216, 243, 256, Diatessaron.] [BOEDIM2 06GF]

In hac dispositione proportionum, primus numerus ad postremum diatessaron constituit consonantiam. Idem uero primus ad secundum, et secundus ad tertium geminos constituunt tonos. Constat igitur spatium quod relinquitur ex 243 ad 256, in quibus minimi semitonii forma consistit.

XXVIII,

Demonstrationes non esse: 243 ad 256 toni medietatem.

Approbo igitur 253 ad 256 distantiam non esse integram toni medii dimensionem. Etenim ducentorum quadraginta trium et ducentorum 56, differentia 13 tantum unitatibus continetur. Qui tredecim minus quidem quam minoris octauam decimam, plus uero quam nonam decimam obtinent partem. Si enim octies decies tredecim ducas, efficies 234, qui 243 nullo modo aequabit; si decies nouies multiplices, superuadent, cum oporteat omne semitonium, si tamen integrum toni dimidium tenet, inter sextam decimam partem ac septimam decimam collocari. Quod posterius demonstrabitur. Nunc illud liquebit talem semitonii distantiam sibimet geminatam, unum toni spatium non posse complere. Age enim ut sese 256 ad 243 habent, tales duas sibimet continuas proportionales, secundum superius descriptam regulam disponamus; 200 enim 50 et et 6 in semetipsos multiplicemus, et sit maximus terminus 65536. Item 243 propria numerositate concrescant, et sit minimus terminus 59049.

Rursus igitur 256 ad ducentorum 43 multitudinem concrescant. Erit igitur numerus 62208; hic igitur medius collocetur hoc modo:

65536 62208 59849

In eadem igitur sunt proportione ducenti 56 et 243. In qua 65536 ad 62208; et item 62208 ad 59049. Sed maximus eorum terminus, qui est 65536, ad minimum qui est 59040, unum integrum non efficit tonum. Quod si primi ad secundum proportio, quae est aequa secundi ad tertium proportioni, integri esse semitonii probaretur, duo dimidia iuncta unum necessario efficerent tonum. Nunc autem cum non sit extremorum terminorum sesquioctaua proportio, manifestum est hae duo spatia proprie tonorum dimidia non uideri. Quidquid enim cuiuscumque est dimidium, id si duplicetur illud efficit, cuius dicitur esse dimidium.

Si uero illud implere non possit geminata particula, minus est parte dimidia. Si uero [1220] superfluat ac superuadat, plus est parte dimidia. Praeterea probabuntur 95536 non facere sesquioctauam proportionem. Si 56049 unitatibus comparentur, si octaua pars 59049, eisdem secundum eas quae in arithmetice dictae sunt regulas aggeratur. Quae quoniam integris numeris non consistit, idcirco eandem octauam partem relinquimus lectorum diligentiae computandam. Liqueat igitur eam proportionem quae in 256 et 243 est constituta, non esse integrum dimidium toni; quocirca id quod uere semitonium nuncupatur, pars toni minor est quam dimidia.

[PLLXIII:1220,1; text: Differentiae, 13196, 3328, 3159, 78732, 65536,

62208, 59049, Semiditonius cum comate, Semitonium minus. Diatessaron sesquitercia] [BOEDIM2 07GF]

(Pinxissem totum spatium toni. At minimus terminus puta 59049 praecedentem sesquioctauam non habet, cum ipse sit quintus sesquioctauus, quinti octupli. Ut id in figurula ante picta comperies.)

XXIX

De maiore parte toni in quibus minimis numeris constet.

Reliqua igitur pars, quae maior est, apotome nuncupatur a Graecis, a nobis uero potest uocari decisio. Id enim natura fert, ut quotiens aliquid secatur, ita ut non aequis partibus diuidatur, quanto minor pars dimidio minor est, tanto maior pars eadem, quae auctior est, dimidium uincat. Quantum igitur semitonium minus integro dimidio toni minus est, tanto apotome toni integrum superat dimidium et uincat. Et quoniam docuimus semitonium in 256 et 243 principaliter stare, nunc ea quae apotome dicitur, in quibus possit minimis constare numeris approbemus. Si igitur 243 partem recipere octauam possent cum ad eum sesquioctauus numerus comparetur, tunc 256 habitudo ad sesquioctauam summam minimi numeri comparata, apotomen necessaria ratione monstraret. Nunc uero quoniam ei pars octaua deesse monstratur, utriusque numeri octies fiant. Et ex 243 quidem octies multiplicatis fit numerus 1944. Quibus si propria

conferatur octava, qui sunt 243, fiet 2187. Rursus 256 per octonarium crescant, fiet igitur 2048. Atque hic suprascriptorum terminorum in medio collocetur.

[PLLXIII:1220,2; text: Semitonium minus, Apotome, 104, 139, 1944, 2048, 2187, primus secundus tertius, tonus sesquioctava] [BOEDIM2 07GF]

[1221] Tertius igitur terminus ad primum toni retinet proportionem.

Secundus ad primum semitonii minoris. Apotomes uero tertius ad secundum. Atque in bisdem primis apotomes uidetur constare proportio, cum semitonii in 256 et 243, minimis numeris spatium contineatur.

Idcirco autem 1944 et 2048 in eadem proportione sunt qua 243 ad ducentos 56, quoniam 256 et 243 octonario multiplicati sunt. Si enim unus numerus duos quoslibet numeros multiplicet, qui ex ea multiplicatione nascuntur, in eadem erunt proportione qua fuerunt hi numeri quos prior numerus multiplicauit.

XXX

Quibus proportionibus diapente, diapason constant. et quoniam diapason sex tonis non constet.

Sed quoniam de diatessaron consonantia latius diximus, breuius et pene puris numeris de diapason ac diapente consonantiis disseramus.

Diapente enim constat ex tribus tonis ac semitonio, id est ex diatessaron et tono. Disponantur enim numeri quos superior descriptio comprehendit, 192, 216, 253, 256.

[PLLXIII:1221,1; text: Diatessaron ex duobus tonis et Hemitonio minore, 192, 216, 243, 256, Tonus, Hemitonius] [BOEDIM2 07GF]

In hac igitur dispositione primus terminus ad secundum, et secundus ad tertium tonorum retinet proportiones. Sed tertius ad quartum semitonii minoris, ut supra monstratum est. Si igitur 256 octava eisdem quorum octava est apponatur, fiet 288. Quibus 192 comparati, sesquialterum spatium proportionis efficiunt.

[PLLXIII:1221,2; text: 192, 288, diapente secupla] [BOEDIM2 07GF]

Quocirca tres quidem toni sunt, si primus ad secundum, secundus ad tertium, quintus conferatur ad quartum. Semitonium uero tertii ad quartum terminum comparatio tenet; quod si diatessaron quidem duorum tonorum est ac semitonii minoris, diapente uero trium tonorum ac semitonii minoris, iunctae uero diatessaron ac diapente unum diapason uidentur efficere, erunt quinque toni et duo spatia semitoniorum minora, quae unum tonum non uideantur implere. Non est igitur diapason consonantia constans sex tonis, ut Aristoxenus arbitratur, quod in numeris quoque dispositum euidenter apparet.

[1222] Sex enim toni in ordinem disponantur, scilicet in sesquioctauis proportionibus constituti, sex uero sesquioctavae proportionibus a sexto octuplo procreantur. Disponantur igitur sexoctupli hoc modo:

[PLLXIII:1222,1; text: 1, 8, 64, 512, 4096, 32768, 262144] [BOEDIM2 08GF]

Ab hoc igitur ultimo numero sex toni in sesquioctava proportione constituti locentur, hoc modo dispositis, primum octuplis terminis, ut octavae terminorum partes ipsorum terminorum, lateribus adiungantur; sit autem descriptio talis:

[PLLXIII:1222,2; text: Sexoctupli, 1, 8, 64, 512, 4096, 32768, 262144, Sesquioctauis, 294912, 331776, 373248, 419904, 472392, 531441, Partes octavae, 36864, 41472, 46656, 52488, 59039] [BOEDIM2 08GF]

Huius igitur dispositionis haec ratio est. Continuus enim uersus, qui limes dicitur, octuplus numeros tenet. A sexto uero octuplo sesquioctavae proportionibus ducuntur. Ubi uero octauas partes scripsimus, octavae sunt eorum numerorum partes, quibus adiacent. Quae si eisdem quibus adiacent apponantur, posteriores numeros creant, ut in primo, qui est 262144. Huius octava 32768; hi sibimet si coniungantur posteriorem efficit numerum qui est 294912. Idemque in caeteris inuenitur. Si igitur ultimus numerus qui est 531441 duplus esset prioris numeri qui est 262144, recte diapason sex tonis constare uideretur. Nunc autem si minimi numeri, id est prioris, duplicem conquiramus, minor erit eo numero qui est maximus ac supremus. Nam 262144 numeri duplus est qui ad eum scilicet diapason consonantiam tenet 524288; hic igitur minor est eo numero qui sextum retinet tonum, eo scilicet qui est 541441. Minor est igitur diapason consonantia sex tonis. Atque id quod sex toni diapason consonantiam superuadunt, uoco comma, quod constat in minimis numeris 524288 et 531441.

[PLLXIII:1222,3; text: Differentia. 7153, 5242888, 531441, comma seu spatium quo maiores sunt sex toni diapason.] [BOEDIM2 08GF]

Sed de his quid Aristoxenus sentiat, qui auribus dedit omne iudicium, alias commemorabo. Nunc uoluminis seriem fastidii uitator astringam.

LIBER TERTIUS

primum

[1223] Aduersus Aristoxenum demonstratio superparticularem proportionem diuidi in aequa non posse, atque ideo nec tonum.

Superiore uolumine demonstratum est diatessaron consonantiam ex duobus tonis copulari ac semitonio, diapentes uero ex tribus tonis ac semitonio constare. Sed ea semitonia dimidium toni integrum non posse perficere, si sigillatim considerata tractentur, atque ideo diapason ad sex tonos nullo modo peruenire. Sed quoniam Aristoxenus musicus, iudicio aurium cuncta permittens, haec semitonia non arbitratur esse secundum Pythagoricos contractiora dimidio sed sicut semitonia dicuntur, ita esse dimidietates tonorum, de eisdem rursus paulisper est disputandum, demonstrandumque prius nullam superparticularem habitudinem noto numero posse diuidi in integram medietatem. Inter duos enim numeros superparticularem proportionem continentes, siue illi sint principales, quorum est unitas differentia, siue posteriores, nullus ita poterit medius numerus collocari, ut quam minimus proportionem tenet ad medium, eam medius teneat ad extremum, scilicet ut in geometrica proportione sed aut differentias aequas facere potest, ut sit aequalitas secundum arithmetica medietatem, aut harmonicam inter eosdem terminos medius numerus collocatus faciet medietatem, aut quamlibet aliam, quarum in arithmetica fecimus mentionem. Quod si id demonstrabitur, nec illud quidem constare poterit, sesquioctauam proportionem, quae tonus est in dimidia posse discerni, quandoquidem sesquioctaua omnis insuperparticulari inaequalitatis genere consistit. Id uero melius inductione monstrabitur. Nam si per singulas proportiones consideratione deducta, scilicet superparticulares, nulla prorsus occurrit quae, interposito medio termino, aequis proportionibus diuidatur, non est dubium quod superparticularis comparatio non possit in aequa partiri. Quod si uideretur consonum auribus aliquid canere, cum cuilibet [1224] uoci duobus tonis ac semitonio integro distans uocula comparetur, id non esse consonum natura monstratur. Sed quoniam sensus omnis quae minima sunt comprehendere nequeat, idcirco hanc differentiam, quae ultra consonum procedit, sensum aurium non posse distinguere, fore autem ut deprehendatur, si frequentissime talis particula per eosdem crescat errores. Nam quod in minimo haud sane cernitur, compositum coniunctumque cum iam magnum esse coeperit peruidetur. A qua igitur proportione est ordiendum an compendium dabimus quaestioni, si ab eo de quo quaeritur ordiamur. Id uero est tonus, in duo aequa possit partiri necne. Nunc igitur de tono est pertractandum, et quemadmodum non possit in duo aequa diuidi demonstrandum est. Quam demonstrationem si quis ad reliquas superparticulares comparationes transferat, similiter demonstrabitur superparticularem in aequa noto atque integro numero separari non posse. Primi igitur tonum continentes numeri sunt 8 atque 9. Sed quoniam se isti ita naturaliter consequuntur, ut medius inier eos numerus non sit, eosdem binario, quo scilicet minimo possum, mulplico. Fiunt igitur 16 ac 18, inter hos uero naturaliter numerus cadit qui est 17; igitur 18 ad 16 tonus est. Sed 10 et 8 ad 10 et 7, comparatus habet eum tonum, et eius septimam decimam partem. Septima decima uero pars minor est sexta decima naturaliter. Maior est igitur proportio quae sub 16 ac 17 numeris continetur, quam ea quae sub 17 ac 18. Qui disponantur hoc modo, et sit A 16, C 17, B 18. Medietas igitur integra toni inter C ac B nullo modo cadet. Minor est enim C B proportio C A proportione. Ad maiorem igitur partem medietas rata ponenda est. Sit uero medietas D. Quoniam igitur D B quidem proportio, quod est integrum dimidium toni, maior est C B proportione, quae est minor pars toni, A C autem proportio quae est maior pars toni A D proportione maior est, quod est dimidium toni, est autem A C proportio sesquiseptadecima, C B autem sesquiseptimadecima, non est dubium quin integra medietas inter sesquiseptadecimam [1225] ac sesquiseptimadecimam cadat. Sed hoc integro numero nullo modo poterit inueniri.

[PLXIII:1225; text: Integra toni medietas. Integra toni medietas si dari queat. 16, 17, 18, A, D, C, B, Diesis homiionium minus, Comma, Sesquiseptima decima proportio Diesis hemitonium minus minor toni pars, Apotome 16 proportio, Acotome maior toni pars, Tonus sesquioctaua proportio. Totum hoc spatium.] [BOEDIM3 01GF]

Quoniam uero ad 16 numerum 17 numerus comparatus, supersesquiseptadecimam obtinet proportionem, si eiusdem 17 numeri sextam decimam requiramus, erit unitas, atque unitatis pars 16, hanc si eidem 17 numero coniungamus, fiunt 18 et pars sexta decima. Si igitur 18 et pars sexta decima 16 numero comparetur, recte toni mensuram uideretur excedere, cum ad eum solus 18 numerus sesquioctauam custodiat proportionem. Unde fit ut quoniam supersesquiseptadecima proportio tonum bis aucta transcendit, non sit integrum toni dimidium.

Quidquid enim bis ductum transcendit aliquid, id ultra dimidium illius esse uidebitur quod transcendit. Quocirca super sesquiseptadecima, non erit toni dimidium. Ac per hoc, nec alia ulla maior sesquiseptadecima proportione toni poterit esse dimidium, cum ipsa sesquiseptadecima integro toni dimidio sit maior. Sed quoniam, sesquiseptadecimam proportionem continua sequitur sesquiseptimadecima, uideamus an ea tonum bis multiplicata non impleat, 17 igitur numeri sesquiseptimadecimam partem tenet terminus 18. In eadem igitur proportione si ad 18 numerum alium comparemus, erit 19 et septimadecima pars. Quod si ad 17 terminum in sesquioctaua proportione positum numerum comparemus, fiet 19, et pars octaua. Maior uero est pars octaua parte septima decima. Maior igitur est proportio numerorum 17 ac 19 et octaua quam ea quae in 17 ac 19 et parte septima decima continetur, quae sunt scilicet bis sesquiseptimadecimae proportionem.

Duae igitur sesquiseptimadecimae unum tonum non uidentur implere. Non est igitur sesquiseptimadecima toni dimidium, quoniam quae duplicata non implet integrum non continet dimidium. Semper enim dimidium duplicatum e cuius dimidium est coaequatur.

[1226] [PLLXIII:1226; text: Supersesquiseptadecima proportio, Apotome maior Toni pars. 16, 17, 8 1/16, Vera sesquioctava proportio. Tonus, Tonus proportio una commate maior sesquioctava proportione Tonus superauctus, Totum huus toni spatium ex duobus apotomis. Proportio sesquiseptimadecima. Diesin, id est, hemitonium minus continens, Proportio itide sesquiseptimadecima Diesin, id est hemitonium minus faciens et continens; 17, 18, 19 1/17, Proportio minor sesquioctava commate. Tonus non integer ex duabus diesibus deficiens a tono integro commate. Proportio sesquioctava tonum integrum ex diesi et apotome habens. Tonus non integer, Tonus ex duabus Diesibus. qui incommate deficit a uero tono, 17, 18, 19 1/17, 19 1/8, Diesis, id est. bemitonium minus, Super sesquiseptima proportio Diesis bemitonium minus, Hemitonium maius, Supersesquiseptadecima proportio. Proportio sesquioctava et 1/8 non sesquiseptimadecima.] [BOEDIM3 02GF]

[1227] II

Ex sesquitertia proportione sublatis duobus tonis, toni dimidium non relinqui.

Iam uero si eos numeros disponamus qui de sesquitertia proportione duobus tonis retractis relinquuntur, in his considerare possumus utrum ea proportio quae post duos tonos relinquatur, integri loco semitonii censeatur; quod si ita repertum, sit, illud quoque est comprobatum diatessaron consonantiam duobus tonis atque integro semitonio copulari. Erat igitur superius terminus primus 192. Ad hunc sesquitertia proportionem tenebant 256. Sed ad primum terminum 216 faciunt tonum. Ad 216 rursus 243 toni obtinet locum. Est igitur quod relinquatur ex diatessaron tota proportione, ea scilicet habitudo quae in 242 et 256 unitatibus constat. Haec igitur si probatur integri toni esse dimidium, dubitari non potest diatessaron ex duobus tonis semitonioque constare. Quoniam igitur demonstratum est toni dimidium inter sesquiseptimadecimam et sesquiseptimadecimam proportionem locari, ab hac comparatione etiam haec proportio metienda est. Ne enim longius progrediamur, sumo ex 243 octavam decimam partem, ea fit 13 et semis. Hanc si eisdem apposuerim, fiunt 256 et semis. Apparet igitur minorem proportionem esse 256 ad 243 sesquioctauadecima habitudine.

Quod si dimidius tonus maior quidem est in sesquiseptadecima, minor uero in sesquiseptima decima proportione, sesquioctauadecima uero minor est sesquiseptimadecima habitudine, ducentorum uero 56 ad ducentos 43 comparatio, quae scilicet relinquatur ex diatessaron duobus retractis tonis, minor est sesquioctauadecima: non est dubium quin haec duorum numerorum proportio semitonio longissime diminutior sit.

III

Auersum Aristoxenum demonstrationes diatessaron consonantiam ex duobus tonis et semitonio non constare, nec diapason sex tonis.

Quod si (ut ait Aristoxenus) diatessaron consonantia ex duobus tonis semitonioque coniungitur, duae diatessaron consonantiae necessario quinque tonos efficient, et diapente ac diatessaron iunctae, sicut unum diapason iungunt, ita sex tonis continua proportione coaequantur.

Et quoniam paulo ante sex disposuimus tonos, quorum minimus erat numerus 262144, ad hunc uero ultimus in sexto collocabatur tono numerus 531441, quantum uero retinebant tonum 472392, disponantur hoc modo:

[1228] [PLLXIII:1228,1; text: Tonus primus, Tonus secundus, Tonus tertius, Tonus quartus, Tonus quintus, Tonus sextus, 262144, 294912, 331776, 373248, 419904, 472392, 531441, Sex toni, Quinque toni, 531411] [BOEDIM3 03GF]

Nunc igitur de minoribus numeris, id est quinque tonis, loquamur. Si ergo diatessaron duobus tonis ac semitonio, bis uero diatessaron quinque consisteret tonis, cum ex 262144 diatessaron intenderem, cumque de 472392 aliud diatessaron remitterem, idem inter utramque intentionem remissionemue numerus inueniretur. Id autem fit hoc modo: a numero qui est 262144 besse diatessaron intendo, id est sesquitercium, qui fit in 349525 et triente. Rursus de 472392 numeris remitto sesquiterciam proportionem, quae sit in 354294, has igitur proportiones disponamus hoc modo, et sit primus quidem numerus A, secundus uero B, tertius C, quartus D.

[PLLXIII:1228,2; text: Quinque toni, Diatessaron intensum, Diatessaron remissum, A, 262144, B, besse, 349525 1/3, C, 354294, D, 472392, 4768 2/3, Besse] [BOEDIM3 03GF]

Quoniam igitur A terminus ab D termino quinque remotus est toni, quoniamque diatessaron in duobus tonis ac semitonio iungitur, ut Aristoxenus arbitratur, unumque diatessaron, inter A atque B, aliud uero inter C atque B positum est, B et C terminos non oportet esse diuersos sed unos atque eosdem, [1229] ut integre quinque toni ex duabus diatessaron consonantiis constare uideantur. Nunc uero quoniam est differentia 4768 et besse, arguitur diatessaron minime tonis duobus ac semitonio coniungi.

IV

Diapason consonantiam a 6 tonis commate excedi, et qui sit minimus numerus commatis.

Sed hanc si quaerimus in integris numeris differentiam collocare, quoniam in ea parte quae est besse pars tertia si addatur, plenam efficit unitatem, quae pars tertia eiusdem besse dimidium est, si totius differentiae dimidium eidem adiecerim, quod est 2384 et riens sit omnis summa 7153. Quae dudum commatis [1230] proportionem tenebat.

Comma enim est quo sex toni superant diapason consonantiam, quod in primis 7153 unitatibus continetur. Ut igitur differentiae dimidium proprium adiecimus, ut in 7153 excresceret, ita etiam cunctis A B C D

terminis medietates proprias adiungamus, eadem erit in omnibus, quae supra proportio, fietque eadem inter quinque tonos ac bis diatessaron differentia quae est inter sex tonos ac diapason consonantiam differentia, scilicet 7153 unitates. Unde colligitur quinque tonos bis diatessaron, et sex tonos unum diapason tamen commate superare. Quod in primis 7153 unitatibus inuenitur. Id autem patefaciet haec subiecta descriptio:

[PLLXIII:1229-30; text: Quinque toni, diatessaron intensa, numerus cum sua medietate, 393216, A, 2621444, 131072, medietas A. 524288, B 349525 1/3, 174762 11/26, mediatas B, semis et sextans complent bessem et besse cum triente coniunctus reintegrat unitatem. differentia BC cum sua medietate, comma quo sex toni superant diapason aut quod quinque toni superant disdiant ut hic. 7153, C, 4768 2/3, 2384 1/3, medietas differentiae B. C hic triens et sextans rediti etiam integrum unum faciunt. diatessaron remissa, 531441, 354294, 177147, medietas C 708588, 472392 D, 236196, medietas D. Sex toni.-- Excedent ergo sex toni diapason commate. Diapente ex Diatessaron et Tono, Numerus A cum sua medietate, Medietas, Numerus B cum sua medietate, 324288, 349525, 7476, 2384 1/3, Medietas differentiae, Numerus C cum sua medietate, Numerus D cum sua medietate, 47239, Sextussesquiocrauus cum sua medietate, 797161 1/2, 265720 1/2, Medietas sextus sesquioctauus] [BOEDIM3 04GF]

[1229] V

Quemadmodum Philolaus tonum diuidat.

Philolaus uero Pythagoricus alio modo tonum diuidere tentauit; statuens scilicet primordium toni ab [1230] eo numero qui primus cubum a primo impari (quod maxime apud Pythagoricos honorabile fuit) efficeret. Nam cum ternarius numerus primus sit impar, tres tertio 9, atque id ter si duxeris, 27 necessario exsurgunt, [1231] qui ad 24 numerum tono distat, eandem ternarii differentiam seruans. Ternarius enim 24 summae octaua pars est. Quae eisdem addita primum a ternario cubum 20 ac 7 reddit. Ex hoc igitur Philolaus duas efficit partes: unam quae dimidio sit maior, eamque apotomen uocat; reliquam quae dimidio sit minor, eamque rursus diesim dicit, quam posteri semitonium minus appellauere Herum uero differentiam comma ac primum diesim in 13 unitatibus constare arbitratur, eo quod hoc inter 256 et 243 peruia sit differentia. Quodque idem numerus, id est 13, ex nouenario ternario atque unitate consistat, quae unitas puncti obtineat locum.

Ternarius uero primae imparis lineae. Nouenarius primi imparis quadrati. Ex his igitur causis cum 13 diesim ponat, quod semitonium nuncupatur, reliquam 27 numeri partem quae ex 14 unitatibus continetur, apotome esse constituit. Sed quoniam inter 13 et 14 unitas differentiam facit, unitatem loco commatis censet esse ponendam, totum uero tonum in 27 unitatibus locat, eo quod inter 216 ac 243 qui inter se distant tono 27 sit differentia.

[PLLXIII:1231; text: Toni diuisio secundum Philolaum. 1, 13, 14, 27, Diesis, Apotome] [BOEDIM3 05GF]

VI

Tonum ex duobus semitoniis ac commate constare.

Ex quibus facile apparet tonum duobus semitoniis minoribus et commate constare. Nam si totus tonus ex apotome constat ac semitono, semitonium uero ab apotome differt commate; nihil est aliud apotome nisi semitonium minus et comma. Si igitur duo semitonia minora de tono quis auferat, comma fit reliquum.

VII

Demonstratio, tonum duobus semitoniis commate distare.

Idem uero hoc quoque probabitur modo. Nam si diapason [1232] quinque tonis ac duobus minoribus semitoniis continetur, superantque sex toni diapason consonantiam uno commate, non est dubium quin tonis quin ab utroque spatio sublatis fiant reliqua ex diapason quidem duo semitonia minora, de sex uero tonis tonus. Atque hic tonus haec duo semitonia quae relinquuntur uincit commate. Quod si duobus eisdem semitoniis comma reponatur, aequabunt tonum; constat igitur unum tonum duobus semitoniis minoribus et commati, quod in 7153 primis unitatibus inuenitur, aequari.

VIII

De minoribus semitonii interuallis.

Philolaus igitur haec atque his minora spatia talibus diffinitionibus includit. Diesis, inquit, est spatium quo maior est sesquitertia proportio duobus tonis. Comma uero est spatium quo maior est sesquioctaua proportio duobus diesibus, id est duobus semitoniis minoribus. Schisma est dimidium commatis. Diaschisma uero dimidium dieseos, id est semitonii minoris. Ex quibus illud colligitur, quoniam tonus quidem diuiditur principaliter in semitonium minus atque apotomen. Diuiditur etiam in duo semitonia et comma, quo fit ut diuidatur in quatuor diaschismata et comma. Integrum uero dimidium toni quod est semitonium, constat ex duobus diaschismatibus, quod est unum semitonium minus, et schismate, quod est dimidium commatis.

Quoniam cum totus tonus ex duobus semitoniis minoribus et commate coniunctus est, si quis id integre diuidere uelit, faciet unum semitonium minus commatisque dimidium. Sed unum semitonium minus diuiditur in duo diaschismata. Dimidium uero commatis unum schisma est.

Recte igitur dictum est integre dimidium tonum in duo diaschismata atque unum schisma posse partiri. Quo fit ut integrum semitonium a minore semitono uno schismate differre uideatur, apotome autem a minore semitono duobus schismatibus differt, differt enim commate; sed duo schismata unum perficiunt comma.

[PLLXIII:1231-32; text: Media toni pars, ex diesi et schismate, diaschisma medium dieseos, schisma, hemitonium minus diesis, comma, hemitonium maius apotome maior toni pars, hemitonium minus apotome maior toni pars, toni spatium] [BOEDIM3 05GF]

[1233] IX

De toni partibus per consonantias sumendis.

Sed de his quidem hactenus. Nunc uero illud uidetur esse dicendum, quemadmodum per consonantias musicas imperata possimus spatia nunc extendere, nunc uero remittere. Id autem linealiter fiat, lineaeque quas describimus uocis

accipiuntur loco. Sed sese iam ratio ipsa demonstret. Sit propositum toni spatium per consonantiam sumere, in acutum scilicet atque grauem. Sit sonus B, ab hoc intendo alium sonum qui diapente spatio ab eo quod est B distet ad eum qui est C Ad hoc remitto diatessaron consonantiam ad id quod est D, et quoniam inter diapente ac diatessaron tonus differentiam facit, D B spatium tonus repertus est.

[PLLXIII:1233,1; text: Diapente intensa, Tonus in acuto, Diatessaron remissa, B, D, C] [BOEDIM3 06GF]

Ad grauiorem uero partem ita modulabimur tonum. Ab eo quod est B diatessaron intendo ad F, et ab F diapente remitto ad K. Erit K B tonus. Animaduertet igitur diligens lector ad D B quidem ad acutam partem effectum tonum, ad K B autem ad grauem.

[PLLXIII:1233,2; text: K, B, F, Tonus in grauium, Diatessaron intensa, Diapente remissa] [BOEDIM3 06GF]

Sit propositum minorem toni partem per consonantiam sumere in acutam partem atque grauem. Minor uero toni pars est spatium quo duos tonos diatessaron consonantia transcendit. Sit enim sonus A, intendo ab A diatessaron ad B. Rursus intendo ab B diatessaron ad C, ab C remitto diapente ad D. Tonus est igitur B D. Rursus ab D intendo diatessaron ad E. Remitto iterum ad E diapente ad F. Tonus est igitur D F. Duo igitur toni B D, D F. Et erat B A integrum diatessaron. Erit igitur F A minor toni pars, quod semitonium nuncupatur.

[1234] [PLLXIII:1234,1; text: Diatessaron intensa. Tonus, A, B, C, D, E, F, Semitonium in acuso, Diapente, Diapente remissa] [BOEDIM3 07GF]

Ad grauiorem uero partem hoc modo: sit sonus A, intendo duos tonos per consonantiam ad C, diatessaron uero ad G remitto ad K; erit igitur K A minor semitonii pars, quod oportebat efficere.

[PLLXIII:1234,2; text: semitonium, duo toni intensi, K, A, G, diatessaron intensa] [BOEDIM3 07GF]

Si ergo a tribus tonis diatessaron auferamus, apotome fit reliqua.

Sint enim tres toni A B, B C, C D; ab his auferatur A E diatessaron.

Erit igitur E C semitonium minus; apotome igitur est E D.

[PLLXIII:1234,3; text: Diatessaron, Semitonium minus, Apotome, A, B, C, E, D, Tonus] [BOEDIM3 07GF]

Hanc igitur apotomen si sit commodum sic sumemus. Ac primum quidem ad acutum intendo tres tonos, ab A eos qui sunt ad B, et ab eo quod est B ad C diatessaron consonantiam remitto, fit C A apotome reliqua.

[PLLXIII:1234,4; text: Tres toni intensi, Apotome acuta, A, C, B, Diatessaron remissa.] [BOEDIM3 07GF]

[1235] Quod si idem spatium ad grauem sonum uelimus efficere fit hoc modo: sit sonus A, intende semitonium minus, id quod est A D, remitto ad D tonum qui est D E. Erit igitur E A ea quam requirimus apotome.

[PLLXIII:1235,1; text: apotome grauis, semitonium minus intensum, B, A, D, tonus remissus] [BOEDIM3 08GF]

Sit propositum in acutam partem comma sumere, fit sonus A; intendo apotomen A B, remitto semitonium minus B C, et quoniam semitonium apotome minus est commate, comma erit C A.

[PLLXIII:1235,2; text: Apotome intensa, Comma, A, C, B, Semitonium minus remissum] [BOEDIM3 08GF]

Rursus ad grauem partem hoc modo intendo: ab A sono semitonium minus, id quod est A D, ad D uero remitto apotomen, id quod est D E. Erit igitur comma C A.

[PLLXIII:1235,3; text: comma grauis, semitonium minus intensa, B, A, D, apotome remissa] [BOEDIM3 08GF]

X

Regula sumendi semitonii.

Oportet uero has omnes consonantias rite esse animo atque auribus notas; frustra enim haec ratione et scientia colliguntur; nisi fuerint usu atque exercitatione notissima. Ut uero id quod institutione musicae adorsi sumus non mox auribus, quod iam provectorum in musica est sed ratione interim censeatur, unum dabimus exemplum inueniendi spatii, quod uidetur esse paulo difficilium, scilicet semitonii minoris, ut in utramque partem, acutam scilicet atque grauem, rato possit ordine reperiri. Sit diatessaron A B: oportet igitur circa A B consonam minus semitonium ad grauiorem partem acutioremque deducere.

Intendo igitur B C diatessaron. Remitto rursus diapente C D. Erit igitur tonus B D; diatessaron enim consonantia a diapente consonantia tono superatur, et C B spatium ab C D spatio B D spatio transcenditur.

Rursus intendo diatessaron D E, remitto autem diapente E F. Tonus est igitur D F. Sed D B tonus erat. Semitonium igitur minus est A F, quod, subtractis duobus tonis F D, B D ab A B diatessaron [1236] spatio relinquatur. Rursus remitto diatessaron A G, intendo diapente G H.

Erit igitur A H tonus. Sed erat A F semitonium. Erit igitur F H apotome. Rursus remitto diatessaron A K, intendo diapente K L: tonus igitur est H L. Erat autem tonus H A. Semitonium igitur minus est L B.

Sed erat tonus B D. Erit igitur I D apotome. Rursus intendo diatessaron F M. Semitonium igitur est B M. Remitto diatessaron L N; semitonium igitur est N A. Per consonantiam igitur sumpta sunt circa A B diatessaron, dua semitonia, B M quidem ad acutum; N A uero ad grauem partem; totumque M N minus est quam diapente. Constat enim ex quinque semitoniis, et apotome geminata ex duobus igitur tonis et tribus semitoniis minoribus; et quoniam duo semitonia unum tonum implere nequeunt sed relinquatur comma, totum M N spatium minus est spatio diapente consonantiae uno commate. Quod facillime diligens lector intelliget.

[PLLXIII:1236; text: Diatessaron remissa, Diatessaron intensa, Diapente remissa, Semitonium minus, Tonus, Apotome, Semitonium, Comma, G, K, N, A, F, H, D, L, B, M, E, C, Diapente intensa] [BOEDIM3 09GF]

Sed quoniam paululum de commatis ratione praediximus, non est diffugiendum et in quali proportione idem ipsum comma contineatur ostendere. Est enim comma quod ultimum comprehendere possit auditus, dicendumque est semitonium minus ac semitonium maius, quantis silligatim commatibus constare uideantur. Ipse quoque tonus quantis rursus commatibus coniungitur. Ac primum hinc conueniens sumatur initium.

XI

Demonstratio, Archytae superparticularem in aequa diuidi non posse, eiusque prehensio.

Superparticularis proportio scindi in aequa medio proportionaliter interposito numero non potest. Id uero posterius firmiter demonstrabitur. Quam enim demonstrationem ponit Archytas, nimium fluxa est. Haec uero est huiusmodi: Sit, inquit, superparticularis proportio A B. Sumo in eadem proportione minimos C E. Quoniam igitur sunt minimi in eadem [1237] proportione C E, et sunt superparticulares, E numerus C numerum parte una sua eiusque transcendit. Sit autem haec D. Dico quoniam D non erit numerus sed unitas. Si enim est numerus D et pars eius est qui est E, metietur D numerus E numerum. Quocirca et E numerum metietur. Quo fit ut C quoque metiatur, utrumque igitur C et E numeros metietur D numerus, quod est impossibile. Qui enim sunt minimi in eadem proportione quibuslibet aliis numeris, hi primi ad se inuicem sunt, et solam differentiam retinent unitatem; unitas igitur est D: igitur E numerus C numerum unitate transcendit. Quocirca nullus incidet medius numerus, qui eam proportionem aequaliter scindat. Quo fit ut nec inter eos qui eandem his proportionem tenent, medius possit numerus collocari, qui eandem proportionem aequaliter scindat.

[PLLXIII:1237; text: Superparticularis proportio 6 ad 4, Minimicius de proportio 3 ad 2, minima duser, A, C, D, E, B, 4, 2, 1, 3, 6] [BOEDIM3 09GF]

Et secundum Archytae quidem rationem idcirco in superpartulari nullus medius terminus cadit, qui aequaliter diuidat proportionem, quoniam minimi in eadem proportione sola differunt unitate. Quasi uero non etiam in multiplici proportione minimi eandem unitatis differentiam sortiantur. Cum plures uideamus esse multiplices praeter eos qui in radicibus collocati sunt, inter quos medius terminus scindens aequaliter eandem proportionem possit aptari. Sed haec qui arithmeticos nostros diligenter inspexerit, facilius intelliget.

Addendum uero est id ita euenire, ut Archytas putat, in sola superpartulari proportione. Non autem uniuersaliter est dicendum.

Nunc autem ad sequentia conuertamur.

XII

In qua numerorum proportione sit comma, et quoniam in ea quae maior sit quam 75 ad 74, minor quam 74 ad 73.

Primum igitur dico quoniam hi numeri qui comma continent maiorem inter se retinent proportionem quam 75 ad 74, minorem quam 74 ad 73. Id uero ita demonstrabitur: ac primo quidem illud reminiscendum est, quod sex toni diapason commate transcendunt. Sit igitur A quidem 262144, B autem diapason ad eum contineat consonantiam in duplici scilicet constituta 524288, C uero sex tonis ab A numero discedat et sit 531441. Quae omnia ex secundi uoluminis tonorum dispositione sunt colligenda. Inter B igitur [1238] atque C commatis proportio continetur. Aufero igitur numerum de numero C, et relinquit D in 7153 unitatibus collocatus. Quid numerus minor D est quam sit septuagesima tertia pars B numeri, maior uero est quam septuagesima quarta sit. Nam si eundem D numerum, qui est in 7153, septuages ter multiplicem fiet mihi E numerus in 522169 unitatibus constitutus. Si eum septuages quater multiplicem, fit numerus F 529322. Quorum quidem E, qui per septuaginta tres auctus est, minor est B numero; F autem qui per 74, maior est B numero. Recte igitur dictum est D, eius quod est B, minorem quidem esse quam septuagesimam tertiam partem, maiorem uero quam septuagesimam quartam. Quodcirca et C numerus B numerum minore quidem parte eius quod est B eundem B superat, quam septuagesima tertia, maiore uero quam septuagesima quarta. Eius igitur quod est C proportio ad id quod est B maior quidem est quam 75 ad 74, minor uero quam 74 ad 73. Nam in priore unitas septuagesima quarta est minoris, in posteriore uero eadem unitas septuagesima tertia.

[PLLXIII:1238; text: Sextoni, Diapason, septuages ter, septuages quater, e minor b, s minor [rob], A, B, C, 262144, 524288, 531441, E, 522169, F, 529322, 7153, Differentia D] [BOEDIM3 09GF]

Idem aliter explicandum, illo prius praesumpto, quod si cui proportioni propria numerorum differentia aequaliter augeatur, minor inter eos qui post additionem fiunt proportio continebitur quam inter priores qui ante additionem illam quadam proportione distabant. Ut sex et quatuor si utrisque binarius, quae est differentia sua apponatur, fiet 8 et 6 sed inter 6 et 4 sesquialtera, inter 8 et 6 sesquitertia proportio continetur, minor uero est proportio sesquitertia sesquialtera proportione; hoc igitur ita praedicto, disponantur superiores numeri qui proportionem commatis continebant, id est 531441, et sit A. Sit etiam B 524288; horum differentia sit C 7153; C igitur numerus maiorem numerum eo qui est A septuages quinque metiatur. Si igitur C numerum A septuages quinque multiplices, fiet mihi D qui est 536475. Igitur D numerus eum qui est A, numero eo qui est E antecedit, id est 5034. Rursus C numerus eum qui est B metiatur septuages quater multipliceturque, fiet igitur numerus F 529322. Qui F eo qui est B [1239] maior est eodem E numero qui est 5034. Ergo D numerus eum qui est A transcendit E numero, B autem numerus ab eo qui est F uincitur eodem E numero. Si igitur A numero eundem E apponamus, fiet D. Si uero B numero eundem E apponamus, fiet F. Sed D numerus septuages quinque auctus est, per C scilicet multiplicatum. F autem septuages quater multiplicato C creuit; obtinent igitur inter se proportionem D atque F quam habent 75 ad 74. Sed D atque F sunt A atque B uno eis addito E, maiorem igitur necessarie est proportionem contineri inter A atque B

quam inter D atque F. Namque A atque B numerus, uno E addito, effecti sunt D atque F. Minor igitur proportio est inter D atque F quam inter A atque B. Sed inter D atque F eadem proportio est quae inter 75 et 74. Inter A igitur atque B maior proportio est quam inter 75 et 74. Ac A atque B comma continent. Maior igitur proportio est commatis quam 75 atque 74.

[PLLXIII:1239; text: A numerus maior, B numerus minor, maior quam 75 ad 74, 531226, Proportio commatis, 524288, Differentia, C, 7153, E, Septuagesies 5, Septuagesies 4, eadem proportio quae inter genie, 536475, 52972, F] [BOEDIM3 10GF]

Quoniam igitur ostendimus commatis proportionem maiorem esse quam eam quam 75 continent ad 74 comparati; nunc ostendendum est quemadmodum minorem inter se proportionem contineant numeri spatium commatis continentes, quam 74 ad 73 comparati. Id uero monstrabitur hoc modo: reminiscendum prius est quod secundo uolumine dixerimus, cum de mensura differentiae loquebamur. Si enim ex qualibet proportione differentiam eorum numerorum, qui eam continent, auferamus, hi qui relinquuntur maiorem obtinebunt proportionem his numeris qui erant ante differentiae diminutionem. Sint euim 8 et 6. Ab his propriam aufero differentiam, id est 2, fiunt 6 et 4, Sed in superioribus sesquialtera, in hac sesquialtera proportio continetur. Maior uero est sesquialtera proportio sesquialtera proportione. Sint igitur iidem A atque B. Qui sunt superius descripti, quorum est differentia C Multiplico differentiam C numeri septuagesies quater, sit mihi numerus, F, scilicet 529322. Qui A numero comparatus uincitur numero G, scilicet 2119. Rursus idem [1240] C multiplicetur septuagesies ter, efficiet numerum K, id est 522169. Qui comparatus B numero uincitur eodem G, scilicet 2119. Sublato igitur G de numeris A atque B, effecti sunt F atque K. Minorem igitur proportionem retinebit A atque B quam F atque K. Sed F atque K eam retinent proportionem quam 74 ad 73, hi enim multiplicato C effecti sunt. Minor est igitur proportio A atque B numerorum comma continentium quam 74 ad 73. Sed paulo ante monstratum est eandem commatis proportionem maiorem esse quam 75 ad 74. Monstrati sunt igitur numeri qui comma continent, maiorem quidem inter se habere proportionem quam 75 ad 74, minorem uero quam 74 ad 75, quod oportebat ostendere.

[PLLXIII:1240; text: A numerus maior, proportio minor quam 74, B numerus minor, 531441, 5242883, C, 52119, 7153, G, 2119, septuagesies, F, proportio 74 ad 74, E, septuagesies ter, Differentia, 529322, 522169 Differentia C] [BOEDIM3 10GF]

XIII

Quod semitonium minus maius quidem sit quam 20 ad 19, minus quam 19 1/2 ad 18 1/2.

Quod si ad semitonium minus talis speculatio conuertatur, eius quoque proportionem facillime reperiemus. Quae constat inter 256 et 243. Sit igitur 256 A, 243 B, horum differentia 13 C Dico quoniam A ad B minorem retinet proportionem quam 19 1/2 ad 18 1/2; metiatur enim C 19 semis, id quod est A fiunt 253 1/2 quod sit D, qui scilicet comparatus ad A, eodem A duobus semisque transcenditur. Sitque haec differentia F, scilicet et 1/2, rursus eadem C differentia B numerum metiatur octies decies semis, fiet 249 quod sit E. Igitur E comparatus ad B eodem F transcenditur, id est duobus et semis. D igitur ab eo quod est A, et rursus E ab eo quod est B, eadem F differentia sunt minores.

Subtracto igitur F ab eo quod est A atque B, facti sunt D atque E.

Maiorem igitur proportionem tenent inter se D atque E, quam A atque B.

Sed D atque E eandem retinent proportionem inter se quam 19 1/2 ad 18 1/2. A igitur ad B minorem retinet proportionem quam 19 1/2 ad 18 1/2, quod oportebat ostendere.

[1241] [PLLXIII:1241,1; text: A numerus maior, proportio maior quam 19 1/2 ad 18 1/2, ab minor, B numerus minor, 256, Doties nouies 1/2, Deties octies 1/2, Proportio semitonii minoris, 243, F, 2 1/2, Differentia, C, D, E, 253 1/2, Proportio 19 1/2 ad 18 1/2, 240 1/2] [BOEDIM3 11GF]

Videtur tamen eadem proportio 256 ad 243 maior esse ab ea quam continent 20 et 19. Sint enim A B C idem qui superius descripti sunt.

Metiatur igitur C differentia A terminum uigies, fiet 260, qui sunt D, qui comparati ad id quod est A eundem quaternario transcendunt, hic sit F. Rursus idem C metiatur B decies nouies, fiet 247, hic sit E, qui comparati ad B eodem F transcendunt. D igitur numerus, A numerus, et E numerus numerum B, eodem F transcendunt. Adiecto igitur F his qui sunt A atque B, facti sunt D atque E. Maior igitur est proportio eorum qui sunt A atque B, quam eorum qui sunt D atque E. Sed D atque E uigies atque decies nouies multiplicatus, C numerum efficit. Maior igitur est proportio eorum qui sunt A atque B, qui scilicet semitonium continent, quam ea quae est 20 ad 19. Demonstratum igitur est semitonium minus maiorem quidem habere proportionem quam 20 ad 16, minorem uero quam 19 1/2 ad 18 1/2. Nunc idem minus semitonium commati comparemus quod est ultimum, auditui subiaccens ultimaque proportio.

[PLLXIII:1241,2; text: A, Proportio maior quam 20 ad 19, B, 256, 243, F, 4, Differentia, Differentia 13, C, Vigies, decies nouies, 260, proportio 20 ad 19, 247] [BOEDIM3 11GF]

XIV

Semitonium minus maius quidem esse tribus commatibus, minus uero quatuor.

Igitur demonstrandum proponimus semitonium [1242] minus, maius quidem esse commatibus tribus, minus uero quatuor, quod hinc facillime possis agnoscere. Sint tres numeri ita dispositi, ut inter se proportionem contineant diapason, et eam quae dicitur sex tonorum. Sint enim A 262144. Intendantur igitur ab B quidem quinque toni continui, et sit B. 472392; ad C autem diapason consonantia referatur, et sit C 524288.

Ad D autem sex toni intendantur, sitque D 531441. His ita dispositis et constitutis, manifestum est inter C atque D comma constitui, eorumque differentiam esse 7153; id autem sit K, remittantur igitur duo toni ab eo quod est B, ad id quod est E, et sit E 373248. Rursus ab eo quod est E intendo diatessaron ad id quo est F 497664. Quoniam igitur inter E atque B duo sunt toni, inter E atque F diatessaron, inter B igitur atque F minus semitonium reperitur. Sublatis enim a diatessaron consonantia duobus tonis, fit reliquum semitonium minus, quod in primis numeris constare praedixi 256 et 243. Quos eosdem numeros si millies noningentes quadragies quaterque multiplices B atque F, numeros explicabis. Quos necessarie est eandem proportionem superius dictis numeris continere, qui uno atque eodem numero, id est 1944 pariter multiplicati creuere. Item ab eo quod est F. intendo diatessaron, scilicet ad G, et sit G 663552. Rursus ab eodem G remitto ad P duos tonos, et fit P 524288. Quod P necessarie est, ut eundem sonum quem C numerus exhibeat. Ad aequalitatem namque eius tali ratione progressus est. Etenim ea quae est A C diapason consonantia, quae constat quinque tonis ac duobus semitoniis minoribus, ab 6 tonis commate superatur. Ab eodem igitur A termino numerus P, quinque tonis ac semitoniis duobus recessit hoc modo. Ab eo quod est A usque ad id quod est B quinque nimirum colliguntur toni; ab eo autem quod est B usque ad id quod est F minus esse semitonium pernotatur, F uero atque P, idem rursus semitonium minus includunt. A igitur usque ad P quinque tonos ac duo semitonia minima produxit. Iure igitur P atque C eisdem numeris conscribuntur. Sed quoniam inter F atque C semitonium minus est, uideamus haec quae sit eorum differentia, ut eam commati comparemus. Est autem eorum differentia 26624, et sit haec M. Igitur K commatis differentia est, M. autem semitonii minoris. Si igitur K numerum tertio auxerimus, fiet numerus 21459. Et sit hic L. Si uero quater eundem numerum K multiplicare uoluerimus, fiet 28612, et sit hoc N. Igitur M maior quidem est ab L; idem autem M minor est ab N.

Sed N quater aucto commate succreuit; L autem tertio, M uero semitonii minoris obtinet differentiam. Iure igitur dictum est minus semitonium minus quidem esse quam quatuor commata, maius uero quam tria.

[1243] [PLLXIII:1243-44; text: Quinque toni, Diatessaron intensa, Duo toni remissae, semitonium minus, A, 262144, E, 373248, B, 472392, F, 497664, C, P, 524283, D, 531441, G, 663352, Differentia M, Differentia t, 7153, Tertoni intensa, Ter auctum, Quater auctum, 21459, L, 28612, N] [BOEDIM3 12GF]

[1243] XV

Apotome maiorem esse quam 4 commata, minorem quam 5. Tonum maiorem quam 8, minorem quam 9.

Eadem hac ratione et semitonium maius quod apotomen dici supra retulimus, quot commatum sit possumus inuenire hoc modo: Sit A 262144.

Quinque uero ab eo distans tonis sit B 472392. Sex uero distans tonis ab eo quod est A, sit D, scilicet 531441, inter B igitur atque D tonus est; B uero ab eo quod est C distat per semitonium minus, et sit C 497664. Relinquitur ergo inter C atque D apotome proportio. Nam cum sit tonus B D, ex eo si auferas B C semitonium minus, C D relinquitur maius, quod apotomen esse supra retulimus, inter D igitur atque C est differentia 33777; haec autem sit E sed erat commatis differentia 7153, haec sit F. Si igitur F, id quod est comma, quinquies multiplicem, fiet mihi 35765, et sit hoc G. Si uero idem F quater multiplicem, fit K numerus qui est 28612. G igitur ab eo quod est E maius est, K minus. Sed G quinquies auctum est comma. K uero quater, F autem apotomes differentia est. Iure igitur dictum est apotomen minorem quidem esse quam quinque commata, maiorem uero quam quatuor; ex hoc igitur comprobatur tonum maiorem quidem esse quam sunt octo commata, minorem uero quam nouem. Nam si minus semitonium, maius quidem est quam tria commata, minus uero quam quatuor, apotome autem maior quidem est quam quatuor commata, minor uero quam quinque iunctum semitonium minus semitono maiori, quod est apotome, erit omne maius quidem 8 commatibus, minus uero quam 9; sed apotome atque semitonium minus unum efficiunt tonum. Tonus igitur maior quidem est 8 commatibus, minor uero 9.

[PLLXIII:1243; text: Quinque toni, Tonus, Apotome, 33777, B, Differentis, maius, minor, A, 262144, B, 472392, C, 497664, D, 531441, G, 335765, K, 28612, Sex toni, Semitonium, 7153 Coma] [BOEDIM3 13GF]

[1244] XVI

Superius dictorum per numeros demonstratio.

Sed quanquam per hanc rationem demonstratum est quemadmodum tonus commatibus comparetur, non est tamen quasi segnibus delassandum, quo minus per se hanc contra commata comparisonem retinere tonus ipse monstretur. Sit igitur A quidem 262144, B autem quinque ab eo distans tonis 472392. C uero diapason ad id quod est A continens symphoniam, scilicet in numeris 524288; D autem ab eo quod est A, sex totos differens tonos 531451. D igitur ab eo quod est C distat commate, sex toni scilicet ab diapason consonantia. Id autem sit E 7153. D autem ab eo quod est B tono integerrimo distat, 6 toni scilicet quinque tonis, id autem sit F 590049. Si igitur E nouies auxero, fiet mihi H 64377.

Sin uero octies, fiet 57224, id sit G. Sed H quidem F numero comparatus superat, G uero superatur, et est F toni differentia. H autem nouies multiplicatum comma, G uero octies. Demonstratus est igitur tonus minor quidem 900 esse commatibus, eisdem uero octo commatibus maior.

[PLLXIII:1244; text: Sex toni, Quinque toni, E, 5449, Tonus, A, 262144, B, 472392, C, 524288, D, 531441, H, 64377, 57224, Diapason, 7153, Nouies auctum, Octies auctum] [BOEDIM3 13GF]

Ita his prmissis licet maius semitonium minore semitono commate distare monstratum sit, tamen idem quoque per se et per subiectos numeros tali ratione probabitur. Sit A numerus 497664, ab eo uero semitonium minus distans sit B numerus, qui iam [1245] supra quoque descriptus est 524288. Apotome uero distat ab eo quod est A. Is numerus, qui

colligitur unitatibus 531441, et sit hoc C Quoniam igitur A B minus semitonium, A C maius, differentia eius quod est B ab eo quod est C perquirenda est. Ea est 70153, id sit D. Sed hic numerus dudum comma monstrabat; inter maius igitur semitonium ac minus comma differentiam facit.

[PLLXIII:1245; text: semitonium minus. comma, D, 7153, A, 497664, B, 524288, C, 531441, apotome] [BOEDIM3 13GF]

Rursus demonstrandum propono tonum duobus semitoniis minoribus solo commate esse maiorem. Sit A numerus 472392. Ab hoc intendatur tonus 531441, et sit hoc D ab eo uero quod est A intendatur semitonium minus, quod est B, ac sit B 497664. Item ab eo quod est B semitonium aliud intendatur minus, quod est C, et sit C 524288. Quoniam igitur A D tonus est, A C uero duo continent minora semitonia: uideamus [1246] quae sit differentia inter C atque D numeros constituta. Est autem E, scilicet unitatem 7153. Demonstratum est igitur tonum duobus semitoniis minoribus commate esse maiorem,

[PLLXIII:1246; text: Semitonium minus, Coma, E, 7153, A, 472392, B, 497664, C, 52488, D, 531441, Tonus intensus] [BOEDIM3 13GF]

Sed quoniam omnia iam quae probanda promisimus propria ratione monstrata sunt, nunc quod superest musicae institutioni, regularis monochordi facienda est partitio. Quam rem quoniam longior tractatus extendit, in posterioris commentarii disputationem censuimus transferendam.

LIBER QUARTUS

primum

Vocum differentias in quantitate consistere.

[1245] Etsi omnia quae demonstranda erant superioris libri tractatione digessimus, non poenitet tamen rursus eadem breuiter memoriae recolligenda praestare cum quadam diuersitate tractatus, ut his rursus ad memoriam redeuntibus ad regulae diuisionem, quo tota tendit intentio, ueniamus. Si foret rerum omnium quies, nullus auditum sonus feriret. Id autem fieret, quoniam cessantibus cunctis motibus nullae inter se res pulsus cierent: ut igitur sit uox, pulsu est opus. Sed u sit pulsus, motus necesse est antecedit. Ut ergo sit uox, motum esse necesse est. Sed omnis motus habet in se tum uelocitatem, tum etiam tarditatem. Si igitur sit tardus in pellendo motus, grauior redditur sonus. Nam ut tarditas proxima stationis est, ita grauitas continua taciturnitati. Velox uero motus acutam uoculam praestat. Praeterea, quae grauis est, intensione decrescit ad medium. Quae uero aucta, remissione decrescit ad medium. Unde fit ut omnis sonus quasi ex quibusdam partibus compositus esse uideatur. Omnis autem partium coniunctio quadam proportione committitur. Sonorum igitur coniunctio proportionibus constituta est. Proportiones autem principaliter in numeris considerantur, proportio uero simplex numerorum uel in multiplicibus, uel in superparticularibus, uel in superpartientibus inuenitur. Secundum uero multiplices proportiones, uel superparticulares, consonae uel [1246] dissonae uoces exaudiuntur.

Consonae quidem sunt quae simul pulsae suauem permixtum inter se coniungunt sonum; dissonae uero quae simul pulsae non reddunt suauem neque permixtum sonum. His igitur ita praedictis, de proportionibus pauca dicamus.

II

Diuersae de interuallis speculationes.

Si interuallum multiplex binario multiplicetur, id quod fit ex hac multiplicatione interuallum, multiplex est. Sit multiplex interuallum B C, et B multiplex eius quod est C, et fiat ut est C ad B, ita B ad D. Quoniam igitur B multiplex est, eius quod est C metitur C terminus, id quod est B, uel bis, uel tertio, uel deinceps, et est ut C ad B, ita B ad D. Metitur igitur B terminus id quod est D. Quocirca quia C terminus id quod est B metitur, metietur etiam D. Multiplex est igitur D eius quod est C, et est C D interuallum, effectum ex composito bis copulatoque sibimet et per binarium multiplicato B C interuallo. In numeris quoque idem probatur. Sit enim B ad C duplum, ut binarius ad unitatem, et fiat ut C ad B, ita B ad D. Erit igitur D quaternarius.

Multiplex est autem B ad C, id est binarius ad unitatem. Multiplex est D ad B. id est quaternarius ad binarium. Multiplex est igitur D quaternarius ad C unitatem. Est autem quadruplus quaternarius unitatis, et binario multiplicata medietas quod est interuallum B C

[1247] [PLLXIII:1247,1; text: Multiplex internaltum, 1, 2, 4, C, B, D, Multiplex] [BOEDIM4 01GF]

Si interuallum binario multiplicatum, multiplex effecerit, interuallum ipsum quoque multiplex erit. Sit interuallum B C, et fiat ut C ad B, ita ad D, et D sit ad C multiplex, Dico quia B eius quod est C multiplex est. Quoniam enim D eius quod est D multiplex est, metietur C id quod est D, metietur et B. Ostensum est uero quoniam si sint termini proportionaliter constituti, cum primus fuerit ultimo comparatus, si primus ultimum fuerit mensus, metietur et medium. C igitur metietur id quod est B. Multiplex est igitur B eius quod est C Id rursus ex numeris, sit C unitas, D uero ex duplicata proportione, B C sit quaternarius, et est multiplex eius quod est C Est enim quadruplus. Quoniam igitur quadruplus ex duplicata B C proportione generatur, B C proportio dimidium eius erit, igitur B C proportio dupla est. Sed duplum multiplex est: erit igitur B C proportio multiplex.

[PLLXIII:1247,2; text: Multiplex internaltum, 1, 2, 4, C, B, D, Multiplex] [BOEDIM4 01GF]

Superparticularis interualli medius numerus, neque unus, neque plures proportionaliter interuenient. Sit enim B C proportio superparticularis, et in eadem proportione minimi sint D F et G.

Quoniam D F et G minimi sunt in eadem proportione, sunt eiusdem proportionis primi. Quo circa eos unitas metietur. Auferatur igitur G ad D F et relinquatur D, hic est igitur utrorumque mensura communis: haec igitur erit unitas. Quocirca nullus inter F D atque G incidet numerus, qui sit ab F D quidem minor, maior uero ab G. Sola enim interest unitas, quanti uero in superparticularibus proportionibus proportionaliter inter eiusdem proportionis minimos intercident, tot etiam inter caeteros eiusdem proportionis incident. Sed nullus inter F D atque G minimos eiusdem proportionis interuenire potest. Nullus igitur inter B atque C proportionaliter cadet, et in numeris sit quaelibet [1248] superparticularis proportio, ut sesquialtera; hi uero sunt 10 et 15, in eadem uero proportione minimi 2 et 3, aufero de 3 binarium; fit reliqua unitas, eadem utrosque metitur- Nullas erit igitur inter binarium ternariumque numerus, qui sit binario maior, minor uero ternario. Alioquin unitas diuidetur, quod est inconueniens.

Quare ne inter 10 quidem atque 15 quisquam inuenietur numerus qui talem ad 10 obtineat proportionem qualem ad eum tenent 15.

[PLLXIII:1248,1; text: sesquialtera proportio, in minimis differentia, 10, 2, 1, 3, 15, C, G, D, F, B] [BOEDIM4 02GF]

Si interuallum non multiplex binario multiplicetur, id quod fit ex hac multiplicatione nec multiplex est nec superpartulare. Sit enim interuallum non multiplex B C, et fiat ut C ad B, sic B ad D. Dico quoniam E eius quod est C, neque multiplex est, neque superpartularis. Sit enim, si fieri potest, primum D eius quod est C multiplex, et quoniam cognitum est. Si interuallum binario multiplicatum sit, et multiplex interuallum creatum, id quod multiplicatum est bis interuallum esse multiplex. Erit igitur B C multiplex sed non est positum. Non igitur erit D eius

quod est C multiplex, nec uero superparticulare. Nam superparticularis proportionis medius proportionaliter terminus nullus interuenit. Inter D uero et B est proportionaliter terminus constitutus, id est B. Nam ut est C ad B, ita B ad D; impossibile igitur erit D eius quod est C, uel multiplicem esse. uel superparticularem, quod oportebat ostendere.

Et in numeris sit non multiplex interuallum 6 ad 6, fiatque ut sunt 4 ad 6, ita sex ad alium quemlibet numerum. Hic erit igitur nouenarius, qui quaternarii neque multiplex neque superparticularis est.

[PLLXIII:1248,2; text: Non multiplex, nec super particulare, 4, 6, 9, C, B, D] [BOEDIM4 02GF]

Si interuallum binario multiplicetur, atque id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non fit, ipsum quoque non erit multiplex. Sit enim interuallum B C, fiatque ut C ad B, ita B ad D, et non fit D [1249] eius quod est C multiplex. Dico quoniam nec B eius quod est C erit multiplex. Si enim est et D eius quod est C, est multiplex. At non est, non erit igitur B eius quod est C multiplex.

[PLLXIII:1249,1; text: Non multiplex, 4, 6, 9, C, B, D] [BOEDIM4 03GF]

Duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus, coniungitur sesquialtero et sesquitercio. Sit enim A quidem eius quod est B sesquialter, B uero eius quod est C sesquitercius. Dico quoniam A eius quod est C duplex est. Quoniam igitur sesquialter est A eius quod est B, igitur A habet in se totum B eiusque dimidium. Duo igitur A aequi sunt tribus B. Rursus quoniam B eius quod est C sesquitercius est, B igitur habet C, et eius tertiam partem. Tres igitur B aequi sunt ad quatuor C Tres autem B aequi erant duobus A. Duo igitur A aequi sunt ad quatuor C; unus igitur A aequus est duobus C Duplex erit igitur A eius qui est C, et in numeris. Sit enim sesquialter 12 ad 8, sesquitercius uero 8 ad 6: ergo 12 ad 6 duplices sunt.

[PLLXIII:1249,2; text: Duplex, 6, 3, 2, A, B, C, Sesquialter. Sesquitercius] [BOEDIM4 03GF]

Ex duplici interuallo atque sesquialtero triplex nascitur interuallum.

Sit enim A eius quod est B duplex, B autem eius quod est C sesquialter. Dico quoniam A eius quod est C triplex est. Nam quoniam A eius quod est B duplex est, A igitur aequus est duobus B. Rursus quoniam B eius quod est C sesquialter est, B igitur habet in se totum C et eius dimidiam partem. Duo igitur B aequi sunt tribus C Sed duo B aequi erant uni A, et unus igitur A aequus est tribus C; igitur A uno C triplex est. Et in numeris sit duplex quidem senarius ternario, sesquialter uero ternarius, binario. Senarius igitur triplex est binario.

[1250] [PLLXIII:1250,1; text: Triplex, 6, 3, 2, A, B, C, Duplex, Sesquialter] [BOEDIM4 04GF]

Si sesquialtero interuallo sesquitercium demptum fuerit interuallum, erit quod relinquitur sesquioctauum. Sit enim A quidem eius quod est B sesquialter, at uero C eius quod est B sesquitercius: dico quoniam A eius quod est C sesquioctauus est. Quoniam enim A eius quod est B sesquialter est, A igitur habet in se B et eius dimidiam partem. Octo igitur A aequi sunt ad duodecim B. Rursus quoniam C eius quod est B sesquitercius est, C igitur habet in se B et tertiam eius partem.

Nouem igitur C aequi sunt ad duodecim B. Duodecim B aequi erant ad octo A; et octo igitur A aequi sunt ad nouem C Igitur A aequus est ei quod est C, et octauae eius parti. A igitur eius quod est C

sesquioctauus est. Et in numeris sesquialterum quidem interuallum sit nouenarius ad senarium, sesquitercium uero octonarius ad senarium.

Nouem igitur ad octo sesquioctaua proportio est.

[PLLXIII:1250,2; text: Sesquialter, 9, 8, 6, A, C, B, Sesquioctauus, Sesquitercius] [BOEDIM4 04GF]

Sex proportiones sesquioctauae maiores sunt uno duplici interuallo.

Sit enim quidem numerus A, huius autem sit sesquioctauus B, huius sesquioctauus C, et huius sesquioctauus D, et huius sesquioctauus F, eiusque sesquioctauus G, atque huius sesquioctauus K. Id autem fiat secundum descriptum in Arithmetica modum, et sint numeri A B C D F G K, et sit A 262144, huius autem sesquioctauus qui est B 294912, huius autem sesquioctauus qui est C 331776, huius autem sesquioctauus qui est D 373248, huius autem sesquioctauus qui est F 419904, huius autem sesquioctauus qui est G 472392, huius autem sesquioctauus qui est K 531441. Et sunt 531441 quod est K, plus quam duplices ad ducenta 60 duo millia 144 quod est A. Sex igitur sesquioctauae proportiones ampliores sunt uno duplici interuallo.

[1251] [PLLXIII:1251; text: Sex sesquioctauae proportiones maiores duplici interuallo, Sesquioctauus, A, B, C, D, E, G, K, 262144, 294912, 331776, 373248, 419904, 472392, 531441, Numerus A 262144 dimidus est ad hunc subtus scriptum ergo diapason deficiens ab K numero 7151.] [BOEDIM4 05GF]

III

Musicarum per Graecas ac Latinas litteras notarum nuncupatio.

Restat quoniam sumus neruum secundum praedictas consonantias per regulam diuisuri, quoniamque necessarios sonos tribus generibus cantilenaе exhibebit ista partitio, musicas interim notas apponere, ut cum diuisam lineam iisdem notulis signauerimus, quod unicuique sit nomen, facillime possit agnosci. Veteres enim musici propter compendium scriptionis, ne integra semper nomina necesse esset apponere, excogitauerunt notulas quasdam quibus neruorum uocabula notarentur, easque per genera modosque diuisere, simul etiam hac breuitate captantes, ut si quando melos aliquod musicus uoluisset ascribere, super uersum rhythmica metri compositione distentum, has sonorum notulas ascriberet, ita miro modo reperientes, ut non tantum carminum uerba, quae litteris explicarentur sed melos quoque ipsum, quod his notulis signaretur, in memoriam posteritatemque duraret. Sed ex his omnibus modis unum interim Lydium eiusque notulas per tria genera disponamus, in reliquis modis idem facere in tempus aliud differentes. Sane si quando dispositionem notarum Graecarum litterarum nuncupatione descripero, lector nulla nouitate turbetur. Graecis

enim litteris fiunt in quamlibet partem imminutis, nunc etiam inflexis, tota haec notarum descriptio constituta est. Nos uero cauemus aliquid ab antiquitatis auctoritate transuertere. Erunt igitur priores ac superiores notulae dictionis, id est uerborum, secundae uero atque inferiores percussionis. Proslambanomenos qui acquisitus dici potest, Z non integrum et tau iacens [signum]. Hypate hypaton, quae est principalis principalium, L conuersum et [Gamma] rectum [signum].

Parhypate hypaton, id est subprincipalis principalium, B non integrum, et [Gamma] supinum [signum]. Hypaton enharmonios, quae est principalium enharmonios, V supinum, et [Gamma] conuersum, [1252] retro habens uirgulam [signum]. Hypate chromaticae, quae est principalium extenta, [signum] supinum habens lineam et [Gamma] conuersum duas habens lineas [signum]. Hypaton diatonos, quae est principalium extenta, [Phi] Graecum et digammon [Phi]F. Hypate meson, quae est principalis mediarum, C et C CC Parhypate meson, quae est subprincipalis mediarum, P et C supinum [signum]. Meson enharmonios, quae est mediarum enharmonios, [Pi] Graecum C et C conuersum [signum]

Meson chromaticae, quae est mediarum chromatica, [Pi] Graecum habens uirgulam, et C conuersum per medium habens uirgulam C Meson diatonos, quae est mediarum extenta, M Graecum [Pi] [Pi] Graecum diductum [signum] Mese, quae est media. I et A iacens [signum]. Trite synemmenon, quae est tertia coniunctarum, [Phi] et [Lambda] supinum [signum]. Synemmenon enharmonios, quae est coniunctarum enharmonios, H Graecum et [Lambda] iacens conuersum per medium habens uirgulam [signum]. Synemmenon chromaticae, quae est coniunctarum chromatica H Graecum habens uirgulam, et [Lambda] conuersum habens uirgulam [signum]. Synemmenon diatonos, quae est coniunctarum extenta L et N [signum]. Nete synemmenon, quae est ultima coniunctarum, M quadratum supinum et Z [signum]. Paramese, quae est sub media, Z et [Pi] Graecum iacens [signum]. Trite diezeugmenon, quae tertia diuisarum, E quadratum et [Pi] Graecum supinum [signum]. Diezeugmenon enharmonios, quae est diuisarum enharmonios, [Delta] et [Pi] Graecum iacens conuersum [signum]. Diezeugmenon chromaticae, quae est diuisarum chromatica, [Delta] habens uirgulam et [Pi] Graecum iacens conuersum, habens lineam angularem. [signum] Diezeugmenon diatonos, quae est diuisarum diatonos, [Omega] quadrum supinum et [signum]. Nete diezeugmenon, quae est ultima diuisarum, [Phi] iacens et N inuersum diductum [signum] Trite hyperboleon, quae est tertia excellentium, [Gamma] deorsum respiciens dextrum et semi [Delta] sinistrum sursum respiciens [signum]. Hyperboleon enharmonios, quae est excellentium enharmonios T supinum et semi A dextrum supinum [signum]. Hyperboleon chromaticae, quae est excellentium chromatica, T supinum habens lineam et semi A dextrum supinum habens retro lineam [signum]. Hyperboleon diatonos, quae est excellentium extenta, M Graecum habens acutam et [Pi] diductum habens acutam [signum]. Nete hyperboleon, I habens acutam, et A iacens habens auctam [signum].

[1253-54] [PLLXIII:1253-54; text: Proslambanomenos. Hypate hypaton. Parhypate hypaton. Lychanos hypaton enharmonios. Lychanos hypaton chromaticae. Lychanos hypaton diatonos. Hypate meson. Parhypate meson. Lychanos meson enharmonios. Lychanos meson chromaticae. Lychanos meson diatonos. Mese. Trite synemmenon. Paranete synemmenon enharmonios. Paranete synemmenon chromaticae. Paranete synemmenon diatonos. Nete synemmenon extensa. Nete synemmenon ultima. Paramese, Trite diezeugmenon. Paranete diezeugmenon enharmonios. Paranete diezeugmenon chromaticae. Paranete diezeugmenon diatonos. Nete diezeugmenon. Trite hyperboleon. Paranete hyperboleon enharmonios. Paranete hyperboleon chromatica. Paranete hyperboleon diatonos. Nete hyperboleon.] [BOEDIM4 06GF]

[1253] IV

Monochordi regularis partitio in genere diatonico.

Sed iam tempus est ad regularis monochordi diuisionem uenire. De qua re illud est praedicendum, quod siue in mensura nerui, siue in numeris, atque in eorum proportione statuatur describenda diuisio, maius spatium chordae et maior numeri multitudo sonos grauios efficiet. At si fuerit nerui longitudo contractior, et in numeris aequae non multa pluralitas, acutiores uoces edi necesse est. Atque ex hac comparatione, quantum unaquaeque fuerit uel longior uel plurium numerorum, aliaque uel contractior, uel paucioribus signata numeris, tanto uel grauior uel acutior inuenitur. Nec lectorem res illa conturbet, quod intendentes saepe spatia proportionum numero maiore signauimus, remittentes uero minore, cum intensio acumen faciat, remissio grauitatem. Illic enim tantum proportionum spatia signabamus, nihil de grauitatis aut acuminis proprietate laborantes, atque ideo et in acumen maioribus numeris intendimus, et minoribus in grauitatem saepe remisimus. Hic uero ubi chordarum spatia sonosque metiemur, naturam rerum sequi necesse est, maiorique longitudini chordarum ex qua grauitas existit, ampliores, minori uero ex qua uocis acumen nascitur, dare breuios. Sit chorda intensa A B, huic aequa sit regula quae propositis partitionibus diuidatur, ut, ea regula chorda apposita, eadem diuisiones in nerui longitudine signentur quas ante assignaueramus in regula. Nos uero nunc diuidimus ita, quasi ipsam chordam et non regulam partiamur. Diuidatur igitur A B in quatuor partes, per tria puncta quae sunt C D E. Erit igitur tota quidem A B dupla ab his quae sunt D B, A D; sigillatim uero A D, D B duplae sunt ab his quae sunt A C, C D, D E, E B. Erit igitur A B quidem grauissima, [1254] id est proslambanomenos, D B autem mese. Est enim dimidia totius, et sicut A B ab ea quae est B D dupla est spatium, ita B D ab ea quae est A B, dupla est acumine. Nam, ut superius dictum est, spatii et acuminis semper ordo conuersus est. Nam tanto est chorda maior in acumine, quanto fuerit minor in spatium, quocirca erit et E B nete hyperboleon quoniam E B eius quae est D B, dimidia quidem in quantitate, dupla uero in acumine. Rursus quoniam eadem E B eius quae est A B quarta pars est in spatium, quadrupla erit ab eadem in acumine. Erit igitur (ut dictum est) nete hyperboleon dupla in acumine ab ea quae est mese. Mese autem dupla in acumine ab ea quae est proslambanomenos. Nete uero hyperboleon quadrupla in acumine ab ea

quae est proslambanomenos; consonabit igitur proslambanomenos ad mesen diapason, mese ad neten hyperboleon diapason, proslambanomenos ad netem hyperboleon bis diapason. Rursus quoniam aequae sunt partes A C, C D, D E, E B. Est autem A B quatuor earumdem partium, C B autem trium, A B sesquitertia est ab ea quae est C B. Rursus quia trium est aequalium partium C B sed D B duarum, erit igitur C B sesquialtera eius quae est D B. Rursus quoniam C B est trium partium aequalium, qualis est una E B, tripla igitur est C B ab ea quae est E B; erit igitur C B lychanos hypaton diatonos, consonabitque proslambanomenos quidem ad lychanon hypaton diatonon diatessaron consonantiam. Eadem uero lychanos hypaton diatonos consonabit ad mesen consonantiam diapente. Eademque lychanos diatonos consonabit ad neten hyperboleon, diapason et diapente. Rursus si de tota A B nonam partem auferam, eam quae est A F, erunt partes octo F B. Erit igitur F B hypate hypaton, ad quam sesquioctauam contineat proportionem A B, id est proslambanomenos, in musica uero tonum.

[1255] [PLLXIII:1255; text: Bis diapason, Diapason, Diatessaron, Diapason et Diapete, Tonus, Diapente, A, F, C, D, E, B, Proslambanomenos, Hypate hypaton, Luehanos hypaton, Mese, Nete hypmboieon, Z, Lychanos hypaton diapason [Phi], Diapason dupla, 3, B, Diapason quadruplus, Diatessaron sesquitertia, Diapason et diapente tripla, Nete hyperboleon] [BOEDIM4 05GF]

Quanto spatium maius erit, tanta maior grauitas; ubi uero minus, ibi maior acuties. Dum ergo A B in quadruplo spatio excedit E B, erit recte proslambanomenos in quadruplo grauior, et C B acutior in quadruplo, et eadem chorda A B ad F B est sesquioctaua spatio, quare tono ab F B uincitur; erit ergo hypate hypaton. Eadem rursus ad C B sesquitertia est spatio, erit ergo C B lychanos hypaton diatonos.

Vincetque C B in acumine ipsum A B consonantia diatessaron. Insuper idem A B spatio duplum est ad D B; erit idcirco acumine duplum D B ad A B. Et sic C B neten hyperbol constituet, quod doctus lector facile conspiciet dum acutius contempletur.

Superior uero descriptio inferiora signa quae continet, eius sunt descriptionis, ubi chordis notulas apposui, quoniam earum nomina longum fuit ascribere. Item si A B tribus incisionibus partiamur, erit pars tertia A G. Duae igitur eiusdem erunt G B. Consonabit igitur A B proslambanomenos ad G B, quae est hypate meson, diapente consonantiam in proportione sesquialtera constitutam; C B autem ad G B erit sesquioctaua, et continebit tonum, idque ordine cadit. Nam lychanos hypaton diatonos, id est C B, ad eam quae est hypate meson, id est G B, continet tonum. Rursus A B quidem proslambanomenos ad C B lychanon hypaton diatonos consonantiam habet diatessaron, A B autem proslambanomenos ad G B hypate meson habet consonantiam diapente. Item C B ad D B, id est lychanos hypaton diatonos ad mesen habet consonantiam diapente, G B autem ad D B, id est hypate meson ad mesen, habet consonantiam diatessaron. Lychanos autem hypaton, id est C B, ad totius chordae modum ab eo quod est A usque ad id quod est LL, hanc, id est A, proslambanomenon 9216 diuido, dimidiam ad O, ut sit tota A dupla ad [1256] hypaten meson comparata, id est G B, distabit tono. Si autem eius quae est C B quartam partem sumpsero, erit C K. Igitur C B ad K B obtinet sesquiterciam proportionem, K B autem ab ea quae est D B sesquioctaua proportione distabit. Erit igitur K B quidem lychanos diatonos meson, et erit C B, id est lychanos hypaton diatonos, ad K B, id est lychanos diatonon meson diatessaron consonantiam continens.

Rursus si eius quae est D B nonam partem sumpsero, erit mihi D L Igitur L B erit paramese. Si autem eius quae est D B quartam partem sumpsero, erit D N. Igitur N B erit nete synemmenon. Si autem eius quae est D B tertiam partem sumpsero, erit D N. Igitur N B erit nete diezeugmenon. Si autem K B in duas partes aequas fuerit diuisa, erit K X, eritque X B paranete hyperboleon.

[PLLXIII:1256; text: Proslambanomenos, Lychanos hypalon meson, Hypale meson, Lychanos meson, Mese, Paramese, Nete synemmenon, Diapete, A, C, G, K, D, L, M, N, X, B, Diatessaron, Tonus, Paranele hyperboleon, Nete diezeugmenon, F, E, T] [BOEDIM4 07GF]

V

Monochordi netarum hyperboleon per tria genera partitio.

Nunc igitur diatonici generis descriptio facta est in eo scilicet modo qui est simplicior ac princeps, quem Lydium nuncupamus. De quibus modis nunc disserendum non est; ut uero per tria genera currat mixta descriptio, et omnibus propria numerorum pluralitas apponatur ad conseruandas scilicet proportiones, uel tonorum atque dieseon, excogitatus est numerus qui haec omnia posset explere, ut maximus quidem ad proslambanomenon describatur, qui sit 9216; minimus uero 2304. Reliquorum uero sonorum proportiones in horum medietate textentur. Sane ab inferiore procedimus omniumque nomina chordarum non solum nominibus. uerum etiam oppositis litteris demonstramus. Sed ita ut quoniam trium generum est facienda partitio, neruorumque modus litterarum excedit numerum, ubi defecerint litterae, easdem geminemus rursus hoc modo, ut quando ad Z fuerit usque peruentum, ita describamus reliquos neruos: bis A id est AA, et bis B, id est BB, et bis C, id est CC Sit igitur primus quidem numerus maximusque qui proslambanomenon obtineat locum 9216. Sitque [1257] ea quae est O.

Item O sit dupla ab ea quae est LL, Erit igitur A quidem proslambanomenos, O autem mese, et LL nete hyperboleon; habebit igitur A quidem 9216, O uero horum dimidium, id est 4608, ut mese ad proslambanomenon diapason consonantia conueniat. Ea uero quae est LL dimidium est meses, ut sit proslambanomenos ab ea quae est nete hyperboleon quadrupla, et bis diapason ad eam consonet symphoniam, sitque LL 2304. Si igitur ex 2304 octauam abstulero partem, id est 288, eisdemque adiecero, fiet mihi 2592, eritque NN 2592 quae sit paranete hyperboleon ad neten hyperboleon obtinens distantiam tonum.

Rursus eius quae est NN, id est 2592, aufero octauam quae est 324, eamque eis quorum est octaua subiungo, erunt 2916, fietque mihi FF trite hyperboleon diatonos in diatonico scilicet genere 2916 totum quidem distans ab ea quae est paranete hyperboleon, diatonum uero ab ea quae est nete hyperboleon, eadem uero FF erit in chromatico genere trite hyperboleon chromatica. In enharmonio uero paranete hyperboleon enharmonios, quod facilius agnosceretur cur eueniat, cum trium generum tria prima tetrachorda a nete hyperboleon inchoantia descripserimus.

Quoniam uero si A sesquiertia proportione duas sesquioctauas abstulero, relinquitur mihi semitonium minus, sumo tertiam eius quae est LL, id est neten hyperboleon, et sunt 768. Hos eisdem adiicio, fient mihi 3072. Quorum est DD nete diezeugmenon continens ad triten hyperboleon semitonium minus. Nam quoniam nete diezeugmenon ad neten hyperboleon diatessaron continet consonantiam, trite autem hyperboleon diatonos ab ea ditonum distat, relinquitur spatium quod est inter neten diezeugmenon et triten hyperboleon semitonii minoris.

[PLLXIII:1257; text: Bis Diapason, Diapason, Nete hyperboleon, A, O, LL, 9216, 4608, 2304, Proslambanomenos, Mese] [BOEDIM4 07GF]

Quoniam igitur tetrachordum hyperboleon diatonici generis expleuimus, nunc chromatici et enharmonii tetrachorda supplenda sunt hoc modo: quoniam enim paranete hyperboleon ad neten hyperboleon in diatonico quidem genere tono distat, in chromatico uero tribus semitoniis, in enharmonio uero duobus [1258] tonis, si distantiam paranetes hyperboleon et netes hyperboleon diatonici generis sumpserimus, eiusque dimidium paranete hyperboleon, quae est diatonici generis, apponamus, habebimus numerum tribus semitoniis ab hyperboleon nete distantem, et erit haec in chromatico genere paranete hyperboleon.

Aufero igitur de 2592, id est de paranete hyperboleon diatonici generis 2304, id est nete hyperboleon, relinquuntur mihi 288, hos diuido, erunt mihi 144, eosdem adiiciam 2592, id est paranete hyperboleon diatonici generis, et erunt mihi 2736: haec erit paranete hyperboleon chromatica. Rursus quoniam trite hyperboleon, uel diatonica, uel chromatica, duos tonos distat a nete hyperboleon, et in enharmonio genere paranete hyperboleon duobus tonis distat ab ea quae est nete hyperboleon eadem erit in enharmonico genere paranete hyperboleon, quae est in diatonico uel chromatico trite hyperboleon.

Sed quoniam trite hyperboleon diatonici generis et chromatici ad nete diezeugmenon minus semitonium seruant, constat autem tetrachordum enharmonii generis ex duobus integris tonis, et diesi, ac diesi, quae sunt dimidia spatia semitonii minoris, distantiam eam quae est inter neten diezeugmenon et paranetem hyperboleon enharmonium sumo; sed quoniam nete diezeugmenon est 3072, paranete autem hyperboleon enharmonios 2916, horum distantia erit 156, horum sumo dimidiam partem, qui sunt 78. Hos adiicio 2916, fient 2994, haec erit E E trite hyperboleon enharmonios; descriptum est igitur secundum tria genera tetrachordum quod est hyperboleon, cuius formam subter adiecimus.

[PLLXIII:1258; text: Tetrachordum hyperboleon, Diatessaron, Nete diezeugmenon, Nete hyperboleon, Diatonico, Trita hyperboleon, Paranete hyperboleon, Tonus, DD, FF, NN, LL, 3072, 2916, 2592, 2304, Hemitonium, Tonus sesquiocta ratio, Tonus sesquiocta proportio, Chromaticum, 2736, hemitonium minus, hemitonium maius, Tria hemitonia unum maius duo minora, Nete hyperboleon] [BOEDIM4 08GF]

[1259] [PLLXIII:1259; text: Tetrachordum hyperboleon, Diatessaron, Nete diezeugmenon, Nete hyperboleon, Trita hyperboleon, Paranete hyperboleon, Enharmonium, D, DD, NN, LL, EE, Tonus, 3072, 2994, 2916, 2307, Diesi, Duo toni, Tetrachordos hyperboleon. Diatessaron, Sesquiertia omnium tetrachordorum ratio, Hemitonium minus, 2304, 2692, Paranete hyperboleon, Genus diatonicum. Hemitonium maius, Tria hemitonia unum maius duo minora, 2736, Chromaticum. Ditonus, darum chordarum interuallum, 3994, Enharmonicum, Quae hic late tribus figuris dicuntur, hac unica perspicacius conspicis.] [BOEDIM4 09GF]

VI

Ratio superius digestae descriptionis.

Tria igitur tetrachorda tali nobis ratione descripta sunt.

Tetrachordum enim omne diatessaron retinet consonantiam. Igitur nete hyperboleon, et nete diezeugmenon in tribus generibus, id est, uel in diatono, uel in chromate, uel in enharmonio diatessaron continent symphoniam. Diatessaron autem consonantia constat duobus tonis et semitonio minore. Id hoc modo per tria genera in supradictis tetrachordis diuisum est. In diatonico enim genere quod est primum paranete hyperboleon, id est 2592, ad neten hyperboleon, id est 2304, obtinet distantiam tonum, quod tali notula inscripsimus [signum].

Rursus trite hyperboleon diatonici generis, quae est 2916, ad paraneten hyperboleon diatonici generis, quae est 2592, rursus obtinet differentiam quam simili nota insigniuimus [signum]. Nete autem diezeugmenon ad trite hyperboleon, id est 3072 ad 2916, semitonium refert, quod tali notula signauimus [signum]; hoc est totum spatium netes diezeugmenon, et netes hyperboleon duorum tonorum [1260] ac semitonii. Sed idem duo toni ac semitonium in chromatico genere hac ratione diuisi sunt. Secundum enim genus, quod est chromaticum, hoc modo descriptum est: paranete enim chromatice hyperboleon, quae est 2736, ad neten hyperboleon, quae est 2304 comparata, continet spatium paranetes hyperboleon diatonici generis ad neten hyperboleon quod est unus tonus, id est, duo semitonia maius ac minus, et diuisum rursus spatium paranetes hyperboleon diatonici, ad netes hyperboleon. Ita enim factum est, qui est dimidius tonus sed non integre, quia (ut supra uberrime monstratum est) non potest tonus in duo aequa partiri.

Consignabimus igitur hoc spatium trium semitoniorum, id est toni ac semitonii, hoc modo. [signa] Rursus paranete hyperboleon chromatica ad triten hyperboleon retinet partem toni, id est semitonium, quod reliquum fuit ex

duobus tonis qui continentur inter triten hyperboleon diatonicam, et neten hyperboleon. Subtractis uero quatuor semitoniiis, reliquum ex toto tetrachordo spatium semitonii est, quod continetur inter neten diezeugmenon, et trite hyperboleon. Constat igitur et hoc tetrachordum ex duobus tonis ac semitonio, diuisum in uno quidem spatio tribus semitoniiis. In duobus autem spatiis, duobus semitoniiis. Tria uero spatia neruis quatuor continentur. In enharmonio uero genere summa est id pernoscendi facilitas, ab ea enim quae est nete hyperboleon, id est 2304, paranete hyperboleon enharmonios, id est 2916, duos tonos integros distat, quos hoc modo notabimus.

Relinquitur igitur ex totius tetrachordi duobus tonis ac semitonio unum quidem semitonium quod continetur inter neten diezeugmenon et paraneten hyperboleon enharmonion. Quod scilicet diuisimus in duas dieses trite hyperboleon enharmonion. Media interiecta, spatiumque dieseos hoc modo signauimus [signum] ita igitur nobis hyperboleon tetrachordum descriptum est. Quo peracto ad diezeugmenon tetrachordum ueniamus. Nec immorandum est eisdem commemorationibus in caeteris. Cum ab hac descriptione etiam in aliis sumi possit exemplum.

VII

Monochordi netarum diezeugmenon per tria genera partitio.

Netes igitur diezeugmenon, quae est 3072, si dimidium sumam, erunt

1536. Qui eisdem additi fiunt 4608 quae est mese, quam O littera designauimus; quod si eisdem netes diezeugmenon, id est DD, scilicet 3072, auferam tertiam partem, erunt 1024. Qui eisdem coniuncti facient 4096 quae uocabitur paramese, X littera subnotata. Nete igitur diezeugmenon, id est 3072, ad mesen, id est 4608, quoniam in sesquialtera comparatione consistit, diapente consonabit symphoniam.

Eadem uero nete diezeugmenon, id est 3072, ad paramesen, id est 4096, quae ad eam in sesquitercia proportione composita est, diatessaron retinet consonantiam. Si igitur ab ea quae est nete diezeugmenon 3072 octauam auferam partem, [1261] id est 384, eisque adiiciam, fiet 3456, eritque paranete diezeugmenon diatonos, CC litteris pernotata, ad neten diezeugmenon obtinens tonum. Ab hac uero si octauam auferam partem, id est de 3456, quae est 432, eosque eidem adiungam, erunt 3888. Eritque ea Y trite diezeugmenon diatonos. Sed quoniam nete diezeugmenon ad paramesen sesquiterciam obtinebat proportionem, trite autem diezeugmenon diatonos a nete diezeugmenon duos tonos abest, continebitur inter triten diezeugmenon et paramesen semitonium minus.

Diatonicum igitur genus, hoc quoque tetrachordo ac pentachordo ita expletum est, ut tetrachordi quidem eius, quod est netes diezeugmenon ad paramesen, diatessaron consonantia sit. Pentachordi uero eius quod est netes diezeugmenon ad mesen, diapente sit consonantia.

[PLLXIII:1261; text: nto ohoiaiii dzeuomenon, Mese, Paramese, zeugnonon, rinclazeuomenon, Neiodioziu, O, X, Y, CC, CC, 4506, 4090, 380, 3456, 3072, homitomi, Tonus, Tetracho dumniiazeu menon, Diapente, Diatessaron] [BOEDIM4 10GF]

Enharmonium uero atque chromaticum genus hac ratione texemus: Sumo distantiam netes et paranetes diezeugmenon diatoni, id est 3072 et 3456, est eorum differentia 384; hanc diuido, erunt 192; hanc si sumam et ei quae est paranete diezeugmenon diatonos adiungam, id est 3456, fiet 3648, haec erit paranete diezeugmenon chromatica, BB geminatis litteris adnotata distans nete diezeugmenon tono et semitonio, id est tribus semitoniiis, continens ad triten diezeugmenon dudum quidem diatonicam. Nunc [1262] uero chromaticam, id est 5888, semitonium reliquum ab eo tono, quod diuisum est inter paraneten diatonon diezeugmenon, et triten diatonon diezeugmenon, et sit reliquum aliud ex tetrachordo semitonium inter triten diezeugmenon chromaticam et paramesen, quod scilicet ex diatessaron consonantia relinquitur, ea quae est inter neten diezeugmenon et paramesen subtractis duobus tonis, quod nete diezeugmenon chromatica, et trite diezeugmenon chromatica continebant. Quae autem in diatonico genere trite diezeugmenon diatonica est. In chromatico autem diezeugmenon chromatica, ea in enharmonio genere paranete diezeugmenon enharmonios dicitur, integros enim duos tonos distat ab ea quae est nete diezeugmenon et notetur AA. Et inter neten diezeugmenon et paraneten enharmonion diezeugmenon nulla interest chorda, atque ideo paranetes uocabulo nuncupatur. Semitonium uero quod est inter paraneten enharmonion diezeugmenon et paramesen, id est inter AA et X hac ratione partimur, ut fiant duae dieses. Sumo differentiam paranetes enharmonii diezeugmenon et parameses, id est 3888 et 4096, ea est 208, hanc diuido, fiet 104, hos appono 3888, fiet 3992. Ea erit trite diezeugmenon enharmonios Z littera pernotata. Huius igitur tetrachordi per tria genera descriptionem subter adieci, superiusque dispositum hyperboleon tetrachordum aggregaui, uti esset utrorumque una descriptio, et paulatim iuncta dispositionis totius forma consurgeret.

[PLLXIII:1262; text: Tetrachordum hyperboleon, Enharmonium, Chromaticum, Diatonicum, Diatessaron in tribus generibus. nete diezeugmenon, trite hyperboleon, paranete hyperboleon, nete hyperboleon, DD, FF, NN, LL, CC, D, 3072, 2916, 2592, 2304, Hemitonium minus, Tonus, 2736, Hemitonium maius, Traib hemitonia, 2994, Diesis, Duo toni] [BOEDIM4 10GF]

[1263] [PLLXIII:1263; text: Tetrachordum diezeugmenon, Enharmonium, Chromaticum, Diatonicum, paramese, trite diezeugmenon diatonicum, paranete diezeugmenon, nete diezeugmenon, X, Y, CC, DD, Z, AA, BB, D, 4096, 3808, 3456, 3072, Hemitonium minus, Tonus, trite diezeugmenon, paranete diezeugmenon chromaticum, nete = diezeugmenon, 3888, 3648, Tria hemitonianu maius duo minora, trite diezeugmenon enharmonium, 3992] [BOEDIM4 11GF]

VIII

Monochordi netarum synemmenon per tria genera partitio.

Duo quidem tetrachorda quae sibimet quidem coniuncta sunt, a mese uero disiuncta, trium generum superior descriptio, quemadmodum locarentur ostendit. Nunc ad aliud tetrachordum ueniendum est, quod synemmenon uocatur, quod iunctum est ei quae est mese. Quoniam enim inter neten diezeugmenon et mesen diapente consonantiam esse praediximus, est autem diapente consonantia trium tonorum ac semitonii. Tres uero sunt toni in hoc pentachordo, quorum unus quidem netes diezeugmenon ad paraneten diezeugmenon diatonon. Alter uero paranetes diezeugmenon diatonon ad triten diezeugmenon diatonon. Tertius autem parameses ad mesen, reliquumque semitonium trites diezeugmenon diatoni ad paramesen, quoniamque netes diezeugmenon et parameses tetrachordum ab ea quae est mese, eo tono disiunctum est, quod est inter paramesen ac mesen. Si ex eo pentachordo, quod est a nete diezeugmenon ad mesen, unum abstulerimus tonum, eum scilicet qui continetur inter neten diezeugmenon et paraneten diezeugmenon diatonon, poterimus aliud tetrachordum ad mesen iungere, ut fiat synemmenon, quod est coniunctum hoc modo. Nam quoniam paranetes diezeugmenon diatoni, quae est CC, numerus est 3456, horum tertia eisdem addita faciet mesen. Hic ergo numerus in diezeugmenon tetrachordo [1264] CC litteris adnotatus, tono distabat a nete diezeugmenon in genere diatonico, et paranete diezeugmenon diatonos uocabatur, in synemmenon autem tetrachordo, id est, coniunctarum sit nete synemmenon in tribus generibus constituta Y

littera pernotata, et ab ea octaua pars auferatur quae est 432 eisque apponatur, fient 5888 quae est paranete synemmenon et T littera pernotata. Huius pars sumatur octaua ea quae est 486; haec summa si eisdem, quorum octaua est, aggregetur, fient 4374, quae est trite synemmenon diatonos, id est, E. Sed quoniam nete synemmenon ad mesen, id est 3456 ad 4608, sesquiterciam obtinet proportionem quae est diatessaron, trite autem synemmenon, ad netem synemmenon, id est 4374 ad 3456, duorum tonorum obtinet proportionem, relinquitur trites synemmenon diatoni ad mesen proportio semitonii, et coniunctum est hoc tetrachordum cum mese, atque ideo synemmenon quasi continuum et coniunctum uocatur. Et diatonici quidem generis hoc modo est facta proportio. Chromatici uero talis diuisio est: sumo netes synemmenon et paranetes synemmenon diatonici, id est 3456 et 3888 differentiam, ea est 432; hanc si diuido ut semitonium fiat, fiunt 216; hanc adiicio ad 3888 ut tria semitonia fiant, erunt 414, quae est paranete synemmenon chromatica, cui littera S superapposita est. Ab hac igitur, id est, paranete synemmenon chromatica, ad triten synemmenon prius quidem diatonicam, nunc uero chronicam semitonium est. A qua trite synemmenon chromatica usque mesen aliud semitonium reperitur. Sed quoniam a nete synemmenon usque ad triten synemmenon diatonicam uel chromaticam duo toni sunt, quae est diatonico uel chromatico generibus trite synemmenon diatonos uel chromatica, eadem in genere enharmonio paranete synemmenon enharmonios est, habens summam 4374, quae sit R, A, qua usque ad meson semitonium est, hoc partior in duas dieses hoc modo: Sumo differentiam paranetes synemmenon enharmonii et meses, id est 4374 et 4608, facit 234; hanc diuido, fient 117; hanc adiicio paranete synemmenon enharmonios, id est 4374, fient 4491, quae P littera pernotatur, et sit ea trite synemmenon enharmonios. Eritque semitonium quod continetur inter paraneten synemmenon enharmonion et mesen, id est inter 4374 et 4608, diuisum per triten synemmenon enharmonion eam, scilicet quae est 4491. Quocirca huius quoque tetrachordi expedita ratio est. Nunc autem facienda est descriptio, iuncta tamen cum caeteris tetrachordis, id est hyperboleon ac diezeugmenon, ut paulatim fiat descriptionis rata progressio.

[1265-66] [PLLXIII:1265-66; text: Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, Mese, Paramese, Trite diezeugmenon, Trite synemmenon, Paranete diezeugmenon, Paranete synemmenon, Nete diezeugmenon, Nete synemmenon, Trite hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, Hemitonium minus, Hemitonium maius, Tonus, Tria hemitonia, Diesis, Ditonus, Hemitonium, 5072, 4608, 4491, 4374, 4104, 4096, 3888, 3648, 3456, 3072, 2994, 2916, 2736, 2592, 2304, E, T, S, P, R, D, X, Y, CC, DD, FF, NN, LL, BB, Z, AA, EE, Diapason totius distantiae duorum tetrachordorum, puta diezeugmenon et hyperboleon in tribus modulandi generibus, Quanquam ex duobus tetrachordis non nisi disdiatessaron, ubique tamen tonus appositus est. Qui est quidem a paramese ad mesen ratio uerae distantiae dupla est, ut id pernotatur facillime] [BOEDIM4 12GF]

[1265] IX

Monochordi meson per tria genera partitio.

Ex his igitur quae praedicta sunt, in caeteris non arbitror diutius laborandum esse. Ad horum enim exemplar etiam reliqua tetrachorda meson atque hypaton texenda sunt. Ac primum quidem diatonici generis meson tetrachordon hoc ordine describemus. Meses enim quae est O 4608 sumo tertiam partem, ea est 1536; hanc eidem copulo, fient 6144, ea sit H hypate meson diatessaron ad mesen continens consonantiam, haec duobus tonis ac semitono ita diuiditur: Sumo enim meses, id est 4608, octauam partem, quae est 576; hanc eidem adiungo, fient 5184, ea est lichanos meson diatonos, id est M. Cuius interim pars sumitur octaua, ea est 648; hanc eidem adiungo, fient 5832. Ea sit I parhypate meson diatonos tonum obtinens ad lichanon meson diatonon, duobus autem tonis distans a mese. Relinquitur igitur semitonium inter hypaten meson diatonon [1266] et parhypaton meson diatonon constitutum, id est inter 6164 et 5832. Idem uero tetrachordum meses atque hypates meson in chromatico genere tali ratione partitur. Sumo meses differentiam ad lichanon meson diatonon, id est 4608 ad 5184, ea est 576; hanc dimidiam partior, fient 288; eadem adiicio numero maiori, id est 5184, fient 5472, quae fit N lichanos meson chromatica. Relinquuntur igitur duo semitonia, unum inter lichanon mesen chromaticen et parhypaten meson chromaticen, id est inter 5472 et 5832, et aliud inter parhypate meson chromaticen et hypaten meson, id est inter 5832 et 6144.

Enharmonium uero genus hoc modo diuidimus, quoniam ea quae erat parhypate meson diatonos, uel ea quae erat parhypate meson chromatica, duos tonos distabat a mese obtinens numerum 5832, ea in enharmonio genere erit

lichanos meson enharmonios, L littera pernotata, duos nihilominus ad mesen obtinens tonos. Reliquum igitur semitonium [1265-<recte -1267->] quod est inter lichanos meson enharmonion et hypaten meson, id est inter 5832 et 6144, in duas dieses hoc modo diuidimus. Aufero differentiam 5832 ad 6144, ea est 312: hanc dimidiam partior, fiet 156; hanc ad 5832 iungo, fiet 5888; et haec sit K parhypate meson enharmonios. Duae uero sunt dieses [1266-<recte -1268->] inier lychanon meson enharmonion et parhypate meson enharmonion, id est inter 5832 et 5988, et inter parhypaten meson enharmonion et hypaten meson, id est inter 5988 et 6144. Diuisum est igitur meson tetrachordon. Quod ita in descriptione ponatur, ut superius descriptis tetrachordis aggregetur.

[PLLXIII:1265-66 <recte 1267-68>; text: Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese, Paramese, Trita synemmenon, Paranete synemmenon, Nete synemmenon, Trita diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon, Trita hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, 6144, 5988, 5832, 5472, 5184, 4608, 4491, 4374, 4104, 4096, 3888, 3648, 3456, 3072, 2994, 2992, 2916, 2736, 2592, 2304, H, I, M, O, E, T, Y, N, K, L, X, CC, DD, FF, NN, LL, BB, Z, AA, EE, Diesis, Hemitonium minus, Hemitonium maius, Tonus, Tria hemitoniam, Ditonus] [BOEDIM4 13GF]

[1265-<recte -1267->] X

Monochordi hypaton per tria genera partitio, et totius dispositio descriptionis.

Nunc uero hypaton tetrachordum per tria genera diuidendum est. Sumo hypates meson, id est 6144: dimidiam partem, quae sit 3072, hanc eidem si adiecero, fiet 9216, quae est proslambanomenos ad hypaten meson diapente consonantiam seruans. Eiusdem autem hypaten meson 6154. Si auferam tertiam partem quae est 2048 eidemque adiecero, fiet 8192. Et haec est B hypate hypaton, Igitur hypaten meson ad proslambanomenon diapente est consonantia, ad hypaten uero hypaton diatessaron. Ab hac igitur [1266 -<recte -1268->] hypate meson, id est 6144, pars auferatur octaua, erunt 768; hanc eisdem si quis adiungat, fiet 6912.

Quae est E lychanos hypaton diatonos ad hypaten meson toni obtinens proportionem. Rursus de 6912, pars auferatur octaua, erunt 864; hoc si eisdem copuletur, fiet 7776, quae est C parhypate hypaton, diatonos ad lichanon hypaton diatonon toni, ad hypaten meson duorum tonorum distantiam seruans. Relinquitur igitur semitonium inter parhypaten hypaton diatonon et hypaten hypaton, id est inter 7776 et 8192, et diatonici quidem generis hypaton tale tetrachordum est, chromaticum uero tali ratione diuidimus. Sumo enim differentiam hypaten meson, et [1269] eius quae est lichanos hypaton diatonos, id est 6144 et 6912, ea est 768; hanc dimidiam partior ut duo efficiam semitoniam, fiet 384: hanc adicio 6912 ut tria semitoniam fiant, erunt 7296; haec erit F lichanos hypaton chromaticae ab ea quae est hypate meson tribus semitoniam distans. Relinquuntur ergo duo semitoniam, unum quidem inter lichanos hypaton chromaticen et parhypaten hypaton chromaticen, id est inter 7296 et 7776. Aliud uero inter parhypaten hypaton chromaticae et hypaten hypaton, id est inter 7776 et 8192. Restat enharmonium genus, cuius ad superius exemplar talis diuisio est. Quoniam enim parhypate hypaton diatonos uel parhypate hypaton chromaticae, qua 7776 unitatibus insignita est, duobus tonis distat ab ea quae est hypate meson, eadem erit in genere enharmonio lichanos hypaton enharmonios, quae ab hypate meson duobus integris differant tonis. Restat igitur ex diatessaron consonantiam semitonium quod est inter lichanos hypaton enharmonion [1270] et hypaten hypaton, id est inter 7776 et inter 8192, hoc in duas dieses ita diuidimus. Sumo differentiam eius quae est lichanos hypaton enharmonios, et hypaten hypaton, id est 7776 et 8192, ea est 416; huius dimidiam sumo, sunt 208; hanc adicio 7776, fiet 7984 quae sit D parhypate hypaton enharmonios. Sunt igitur duae dieses: una quidem quae est inter lichanon hypaton enharmonion et parhypaten hypaton enharmonion, id est inter 7776, et 7984; altera uero quae est inter parhypaten hypaton enharmonion, et hypaten hypaton, id est inter 7984 et 8192. Tonus uero ultimus inter proslambanomenon et hypaten hypaton, id est inter 9216 et 8192, continetur. Diuisum est igitur hypaton tetrachordum secundum tria genera diatonicum chromaticum enharmonion. Quod si superioribus tetrachordis hyperboleon diezeugmenon synemmenon meson adiungatur, fit integra perfectaue descriptio diuisi per omnia monochordi regularis.

[PLLXIII:1269-70; text: Tetrachordos hypaton Diatonicae, Tetrachordos hypaton Chromaticum, Tetrachordos hypaton Enharmonicum, Tetrachordos meson Diatonicae, Tetrachordos meson Chromaticum, Tetrachordos meson Enharmonicum, Tetrachordos synemmenon Diatonicae, Tetrachordos synemmenon Chromaticum, Tetrachordos synemmenon Enharmonicum, Tetrachordos diezeugmenon Diatonicum, Diatonicum, Chromaticum, Enharmonium, Proslambanomenos, Hypate hypaton, Parhypate hypaton, Lichanos hypaton, Hyppate hypaton, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese, Trita synemmenon, Paranete synemmenon, Nete synemmenon, Paramese, Trita diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon, A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, M, N, O, P, R, S, X, Y, Z, CC, DD, Diesis, Hemitonium minus, Hemitonium maius, Tonus, Tria hemitoniam, Ditonus, 9216, 8192, 7984, 7776, 7296, 6912, 6832, 6144, 5988, 5832, 5442, 5194, 4608, 4491, 4374, 4096, 4069, 4068, 4014, 3888, 3456, 372] [BOEDIM4 14GF]

[1271-72] [PLLXIII:1271-72,1; text: Tetrachordos diezeugmenon Chromaticum, Tetrachordos diezeugmenon Enharmonicum, Tetrachordos hyperboleon Diatonicum, Tetrachordos hyperboleon Chromaticum, Tetrachordos hyperboleon Enharmonicum, Chromaticum, Enharmonium, Diatonicum, Paramese, Trita diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon, Trita hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, X, Y, Z, AA, BB, DD, EE, FF, KK, LL, NN, 4096, 3888, 3648, 2994, 2916, 2736, 2592, 2034, 399, 388, 372, Diesis, Hemitonium minus, Hemitonium maius, Tonus, Tria hemitoniam, Ditonus] [BOEDIM4 15GF]

[PLLXIII:1271-72,2; text: Henrici Glareani speculatio. Plana monochordi regularis partitio in tribus generibus. Proslambanomenos, Hypate hypaton, Parhypate hypaton, Lichanos hypaton, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, Mese, Trita synemmenon, Paranete synemmenon, Nete synemmenon, Nete diezeugmenon, Trita hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, Secupla ratio, Sesquitertia ratio, Diapente, Diatessaron, Tetrachordos hypaton cum proslambanomena in tribus modulandi generibus, Tetrachordos meson in iisdem, Tetrachordos hyperboleon in tribus modulandi generibus, Tetrachord syemmenon in iisdem iribus generibus, Diatonico, Enharmonico, Chromatico, sesquitertia, 9216, 8192, 7984, 7776, 6912, 6144, 5998, 5832, 5472, 5184, 5144, 4608, 4491, 4374, 4104, 3888, 3456, 3072, 2994, 2916, 2736, 2592, 2304] [BOEDIM4 15GF]

[1273] [PLLXIII:1273; text: Sesquitertia ratio. Diatessaron, Tetrachordos diezeugmenon in tribus. Enharmonico, sesquitertia, Chromatico, Diatonico, Paramese, 4096, Trita diezeugmenon, 3888, Paranete diezeugmenon, 3456, Nete diezeugmenon, 3072, 3648, 3992] [BOEDIM4 11GF]

XI

Ratio superius dispositae descriptionis.

In superiore igitur forma obtinet quidem consonantiam diapason proslambanomenos ad mesen, mese autem ad neten hyperboleon. Bis diapason autem proslambanomenos ad neten hyperboleon. Diatessaron autem consonantiam seruat hypate hypaton ad hypaten meson. Hypate meson ad mesen mese, ad neten synemmenon, paramese ad neten diezeugmenon, nete diezeugmenon ad neten hyperboleon. Atque hoc ita fit, ut his consonantiis integra tetrachorda numeremus. Atque ut clarius omnis in hac forma respiciatur ordo neruorum, secundum tria genera 5 tantum notantur esse tetrachorda. Primum atque grauissimum hypaton, cuius est princeps hypate hypaton, ultima autem hypate meson, secundum uero meson cuius est princeps hypate meson, extrema uero mese. Tertium synemmenon, cuius est princeps mese, finalis nete synemmenon. Quartum diezeugmenon, cuius est prima paramese, nete uero diezeugmenon extrema. Quintum uero est hyperboleon cuius est quidem princeps nete diezeugmenon, ad neten uero hyperboleon terminatur extrema.

XII

De stantibus et mobilibus uocibus.

Harum uero omnium uocum partim sunt in totum immobiles, partim in totum mobiles, partim uero nec in totum immobiles, nec in totum mobiles. In totum immobiles sunt proslambanomenos, hypate hypaton, hypate meson, mese, nete synemmenon, paramese, nete diezeugmenon, nete hyperboleon. Idcirco quoniam in omnibus tribus generibus eadem sunt, nec nomina nec loca permutantes, siue pentachorda, siue tetrachorda contineant. Pentachorda quidem ut proslambanomenos ad hypaten meson, et mese ad neten diezeugmenon. Tetrachorda uero ut hypate hypaton ad hypaten meson, hypate meson ad mesen. Mobiles uero sunt quae secundum singula [1274] genera permutantur hoc modo ut paranete et lichanos diatonici et chromatici, trite et parhypate enharmonici. Alia est enim paranete hyperboleon diatonos, alia paranete hyperboleon chromatica, alia trite enharmonios. Diuersae sunt etiam paranete diezeugmenon diatonos, atque chromatica. Nec est eadem quae in generibus caeteris trite diezeugmenon enharmonios, neque eadem sunt paranete synemmenon diatonos et chromatica et trite synemmenon enharmonios, his qui sunt in reliquis generibus trite. Distant etiam lichanos meson diatonos et lichanos meson chromatica, et parhypate meson enharmonios nulli aliorum generum parhypate similis inuenitur. Nec eosdem locos ac numeros seruant lichanos hypaton diatonos et lichanos hypaton chromatica. Nam parhypate hypaton enharmonios aliorum generum parhypatis reperitur esse dissimilis. Non in totum uero immobiles aut mobiles sunt, quae in duobus quidem generibus manent, id est chromatico et diatonico sed in enharmonio permutantur. Id autem sic consideratur trite hyperboleon, diatonos, et trite hyperboleon chromatica eadem in superiori forma descripta est, hisdem numeris

2829. At uero cum enharmonium genus aspicimus triten aliam reperimus, id est 2916. Quae igitur uox duobus fuit generibus communis, eadem in tertio permutata est. Idem est et in diezeugmenon tetrachordo. Nam trite diezeugmenon diatonos et trite diezeugmenon chromatica eadem sunt, sibique consentiunt, trite autem diezeugmenon enharmonios a superiore distat, in synemmenis etiam idem est. Trita enim synemmenon diatonos et trite synemmenon chromatica eadem sunt. Teda trite synemmenon enharmonios est diuersa. Item parhypate meson diatonos, et parhypate meson chromatica eadem notantur. Sed in enharmonio genere sicut superius trite ita hic parhypate iuxta hypates meson quidem inueniuntur, uero autem ac soni acumine diuersae sunt caeteris. Rursus parhypate hypaton diatonos et parhypate hypaton chromatica eadem est.

Sed non eadem est cum in enharmonio genere quaeritur. Sed ut harum non plena mutabilitas clarius colliquescat ad hyperboleon tetrachordum redeamus, in hoc igitur quae in diatonico atque in chromatico genere trite hyperboleon est, eadem mutatur in enharmonio, et fit paranete.

Item quae trite diezeugmenon in diatonico uel chromatico genere uocabatur, paranete in enharmonio dicitur quae trite synemmenon in chromatico uel diatonico fuit, in enharmonio in paraneten transit.

Quae uero parhypate meson in chromatico uel diatonico uidebatur, eadem lichanos meson in enharmonio reperitur. Quae autem parhypate hypaton, uel in diatonico uel in chromatico dicebatur, lichanos hypaton in enharmonio nuncupatur. Sunt igitur quidem immobiles, proslambanomenos, hypate [1275] hypaton, hypate meson, mese, nete synemmenon, paramese, nete diezeugmenon, nete hyperboleon, mobiles uero quas lichanos, uel paranetas, uel diatonicas, uel chromaticas, uel enharmonicas nominamus. Non in totum mobiles aut immobiles, quas parhypatas tritas in diatonico uel chromate, lichanos autem uel paranetas in enharmonico genere dicimus.

XIII

De consonantiarum speciebus.

Nunc de speciebus primarum consonantiarum tractandum est; primae autem consonantiae sunt diapason, diapente, diatessaron. Species autem est quaedam positio propriam habens formam secundum unum quodque genus in uniuscuiusque proportionis consonantiam facientis terminis constituta, ut in diatonico genere. Nam si diezeugmenon tetrachordum inter hyperboleon tetrachordum mesenque ponamus, subtracto scilicet synemmenon tetrachordo, erunt 15 nerui. At si ab his proslambanomenos detrahatur, erunt quatuordecim. Hi ergo disponantur hoc modo. Sit A hypate hypaton, B parhypate hypaton, C hypate ilchanos, D hypate meson, E parhypate meson, F lichanos meson, G mese, H paramese, I trite diezeugmenon, K paranete diezeugmenon, L nete diezeugmenon, M trite hyperboleon, N paranete hyperboleon, O nete hyperboleon. Ab hypate igitur ad paramesen diapason consonantia est. A mese uero ad hypaten meson diatessaron, ab eadem uero mese ad lichanon hypaton diapente. Erit igitur diapason quidem octo chordarum. Diatessaron uero quatuor, diapente autem quinque. Ac per hoc habebit diatessaron quidem species tres, diapente autem species quatuor, diapason uero species septem. Semperque una minus species erit quam fuerint uoces, ut enim a mese caeteras ordinamus diatessaron consonantiae species tres sunt, hoc modo: una quidem species erit ab G ad D; secunda uero ab F ad C; tertia uero ab E ad B, et huc usque diatessaron species progrediuntur.

Idcirco quia huc usque species binos continet neruos eiusdem diatessaron, ut G D quidem eos qui sunt E F continent, F C eos qui sunt E D, et E B eos continent qui sunt C D; si uero his adiecero diatessaron D A, diuersa non erit ab ea quae est G D, unum enim solum G D consonantiae neruum continebit, id est D solum. Excessit igitur G D consonantiam, atque ideo diatessaron tres species habere perhibetur.

Et in caeteris quidem consonantiis idem est. Diapente autem erunt species quatuor hoc modo: Una quidem est H ad D; alia uero ab eo quod est G ad C; alia ab eo quod est F ad B; alia autem ab eo quod est E ad A. Diapason uero consonantiae 7 erunt species, hoc modo: prima ab eo quod est O ad G secunda ab eo quod est N ad F; tertia ab eo quod est M ad E; quarta ab eo quod [1276] est L ad D; quinta ab eo quod est K ad C; sexta ab eo quod est I ad B; septima ab eo quod est H ad A. Liqueat igitur ex his quae dicta sunt, diatessaron consonantiam semel tantum in immobilibus ac statutis uocibus contineri. Nam si ab hypate hypaton incipiam, erit A D, id est ab hypate hypaton in meson hypaten ea quae est in ordine prima. Nam caeterae non statutis uocibus terminantur, ut B E C F. Nam parhypate hypaton et parhypate meson, lichanos hypaton et lichanos meson mobiles esse monstratae sunt. Quod si rursus ab hypate meson diatessaron consonantiam inchoemus, erit species diatessaron statutis uocibus terminata G D, ea quae est prima, id est ab hypate meson in mesen. Reliquae minime, ut E H et F I Nam parhypate meson et lichanos meson et trite diezeugmeuon non probantur immobiles. Rursus si eandem diatessaron paramese suscipiat ordiendam, erit quoque quae statutis coerceatur sonis, diatessaron species H L, id est a paramese in nete diezeugmenon, quae est prima. Nam caeterae quae sunt I M et K N mobilibus terminantur sonis. Nam triten diezeugmenon, et paraneten diezeugmenon, et triten hyperboleon, et paraneten hyperboleon mobiles uoces esse praediximus. Item diapente consonantia duas tantummodo species tenet, quae statutis uocibus includuntur. Ut si ab hypate meson ordiamur, una quidem est D H, id est ab hypate meson in paramesen, ea quae est prima. Altera uero G L, id est a mese in neten diezeugmenon, haec uero est quarta. Reliquae uero, id est E I et F K, minime statutis uocibus clausae sunt. Nam parhypate, et lichanos, et trite, et paranete instabiles approbantur. Similis autem ratio erit si a nete diezeugmenon in grauiorem partem, id est ad mesen, consonantiae huius species considerentur, eisdem enim immobilibus uocibus, quae superius dictae sunt, continebuntur. Siue autem ab hypate meson, seu a mese, seu a paramese, siue etiam a nete hyperboleon consonantias ad grauiorem partem ducamus. Duarum quae statutis uocibus coerceantur, non poterit esse destructio. Diapason uero consonantiae siue ab hypate hypaton in paramesen, siue a nete hyperboleon in mesen ordo sumatur, tres tantummodo species obtinebit, quae immobilibus uocibus coerceantur. Nam ab hypaten hypaton ordientibus una est A B, ea quae est prima ab hypate hypaton in paramese. Altera D L ea quae quarta ab hypate meson in nete diezeugmenon. Dehinc G O haec septima est, id est a mese in neten hyperboleon. Reliquarum uero specierum uoces extimae nullo modo immobilibus uocibus constitutae sunt. Nam parhypate, et lichanos, et trite, paranete (ut supra quodque dictum est) immobiles non sunt. Similiter autem et per easdem uoces si ab hyperboleon nete ordiamur, specierum ordo contexitur, quorum omnium intelligentiam subiecta descriptio docet.

[1277] Stabiles A Hypate hypaton

Mobiles B Parhypate hypaton

Mobiles C Lichanos hypaton

Stabiles D Hypate meson

Mobiles E Parhypate meson

Mobiles F Lichanos meson

Stabiles G Mese

Stabiles H Paramese

Mobiles I Trite diezeugmenon

Mobiles K Paranete diezeugmenon

Stabiles L Nete diezeugmenon

Mobiles M Trite hyperboleon

Mobiles N Paranete hyperboleon

Stabiles O nete hyperboleon

[PLLXIII:1277; text: Diapason septem speciebus et octophthongus, Diapente 4 speciebus, Diatessaron 3 species, Species, Proslambanomenos, A, Hypate hypaton, Stans, B, Parhypate hypaton. Mobilis, C, Lichanos hypaton. D, Hypate meson, Stans phthongus, E, Parhypate meson, F, Lichanos meson, Mobilis phthongus, G, Mese. H, Paramese. I, Paranete diezeugmenon, K, L, Nete diezeugmenon, M, Trite hyperboleon, N, Paranete hyperboleon, O, Nete hyperboleon] [BOEDIM4 16GF]

[1278] XIV

De modorum exordiis, in quo dispositio notarum per singulos modos ac uoces.

Ex diapason igitur consonantiae speciebus existunt qui appellantur modi, quos eosdem tropos uel tonos nominant. Sunt autem tropi constitutiones in totis uocum ordinibus, uel grauitate, uel acumine differentes, constitutio uero est plenum ueluti modulationis corpus ex consonantiarum coniunctione consistens, quale est uel diapason, uel diapason et diapente et diatessaron, uel bis diapason. Est enim diapason constitutio, a proslambanomenos in meson caeteris quae sunt mediae uocibus annumeratis, uel a mese rursus in neten hyperboleon cum uocibus interiectis, uel ab hypate meson in neten diezeugmenon, cum his quas extremae uoces medias claudunt. Diapason et diatessaron uero constitutio ea est quae a proslambanomenos in neten synemmenon, cum his quae mediae sunt interiectae constat. Bis diapason autem a proslambanomenon in neten hyperboleon, cum his quae in medio sunt interpositae consideratur. Has igitur constitutiones si quis totas faciat acutiores uel in grauius totas remittat, secundum supradictas diapason consonantiae species efficiet modos septem, quorum nomina sunt haec: hypodorius, hypophrygius, hypolydius, dorius, phrygius, lydius, mixolydius; horum uero sic ordo procedit. Sit in diatonico genere uocum ordo dispositus a proslambanomenone in neten hyperboleon, atque hic sit hypodorius modus. Si quis proslambanomenon in acumen intendat tono, hypatenque hypaton eodem tono attenuet, caeterasque phthongorum omnes faciat acutiores, acutior totus ordo proueniet, quam fuit prius quam toni susciperet intensionem. Erit igitur tota constitutio acutior effecta hypophrygius modus, quod si in hypophrygio toni rursus intensionem uoces acceperint, hypolydii modulatio nascentur. At si hypolydium quis semitonio intendat, dorium faciet, et in aliis quidem similis est in acumen intensionemque processus.

Quorum, non ut intelligentiam solummodo ratio comprehendatur, uerum oculis quoque forma possit agnosci, ab antiquis tradita musicis descriptio supponenda est; sed quoniam per singulos modos a ueteribus musicis unaquaque uox diuersis notulis insignita est, descriptio prius notularum uidetur esse ponenda, ut his primum per se cognitum in modorum descriptione facilis possit esse dispectio.

[1279-80] [PLLXIII:1279-80; text: Hypermixolydius, Mixolydius, Lydius, Phrygius, Dorius, Hypolydius, Hypophrygius, Hypodorus, Proslambanomenos, Hypate hypaton, Parhypate hypaton, Lichanos hypaton, Hypate meson, Parhypate meson, Lichanos meson, [MESE], Trite synemmenon, Paranete synemmenon, Nete synemmenon, Paramese, Trite diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Nete diezeugmenon, Trite hyperboleon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, A, [sqb], C, D, E, F, G, a, b, c, d, e, f, g, Aa] [BOEDIM4 17GF]

[1279] XV

Descriptio continens modorum ordinem ac differentias.

Superior igitur descriptio chordarum nomina tenet ascripta, notulas uero iuxta positas, et quae cuiusque sit modi, siue lydii, siue phrygii, siue dorii uocabulorum [1280] signat adiectio. Sed quoniam hos modo diximus in speciebus diapason consonantiae reperiri, age eosdem in diatonico tantum genere describamus, ut qui eorum ordo sit, sub aspectu cadens intelligentiam non moretur.

[1281-82] [PLLXIII:1281-82; text: Acutissimus Tetrardus Hypermixolydius, Plagis Tetrardi Mixolydius, Tritus Lydius, Deuterus Phrygius, synemmenon, paramese, Dorius Protus, Hypolydius Plagi triti, Hypophrygius Plagis deuteri, Hypodorus Plagis protii] [BOEDIM4 18GF]

[1281] XVI

De superius disposita modorum descriptione.

Septem quidem praediximus esse modos sed nihi uideatur incongruum quod octauus super annexus est. Huius enim adiectionis rationem paulo posterius eloquemur. Nunc illud est considerandum quod hae paginulae, quas inter se rectus linearum ordo distinguit, aliae quidem habent notulas musicas, aliae uero minime, uelut in eo modo qui scribitur hypermixolydius. Prima quidem paginula [Omega] tertia [Phi] litteris adnotatur. Secunda notula uacat. In hac igitur inter [1282] capedine notularum tonus interesse monstratur. Quod uero [Phi] tertiae atque [Gamma] quartae paginae notam non paginula diuidit sed uersus recto ordine diductus, semitonium eas differre pronuntiat, quod probatur hoc modo: nam si [Omega] proslambanomenos est, [Phi] hypate hypaton, [Gamma] parhypate hypaton, necesse est inter proslambanomenon quod est [Omega] et inter hypaten hypaton, quod est [Phi] toni esse distantiam, inter hypaten autem hypaton quod est [Phi] et parhypaten hypaton, quod est [Gamma], semitonii differentiam contineri iamque hoc regulariter in cunctis est considerandum, ut si uocum [1283] notulas integra pagina disgregauerit, toni inter eas sciamus esse distantiam. Sin uersus notulas, ac non pagina distinguit, semitonii non ignoremus esse distantiam. His igitur ita praemissis, si duo ordines in bis diapason consonantia constituti sibi inuicem comparentur, ut qui ordo sit grauior possit agnosci, si proslambanomenos proslambanomenone fuerit grauior uel quaelibet alia uox eiusdem loci uoce grauior pernotetur, in eodem scilicet genere constituta, totum quoque ordinem necesse est esse grauiorem. Tamen id melius sumetur ad mediam quae est mese.

Duorum enim ordinum bis diapason consonantium cuius mese fuerit grauior, eiusdem totus ordo quoque grauior erit. Nam caeterae singulae singulis comparatae nihilominus grauiores inuenientur, itaque si media ab alia media tono aut acutior uideatur, aut grauior, omnes quoque nerui si id eodem genere sint, singuli sibimet comparati tono acutiores aut grauiores esse uidebuntur. Quatuor autem mediis si prima ad quartam diatessaron distantiam seruet, prima uero a secunda tono differat, secunda quoque a tertia eodem differat tono, tertia ad quartam semitonii faciet differentiam hoc modo: sint 4 mediae A B C D, et A ei quae est D comparata seruet ad eam sesquitertiam proportionem, quae est diatessaron. Item A a B distet tono, B a C distet tono, relinquatur ut C ad D semitonii distantiam seruet.

[PLLXIII:1283; text: Sesquitertia ratio. Diatessaron, A, B, C, D, Tonus, Semitonium] [BOEDIM4 19GF]

Et si quinque sint mediae eodem modo. Si enim prima a quinta sesquialtera disteterit proportione, primaque a secunda, ac secunda a tertia, quartaque a quinta, singulis disteterint tonis, tertia ad quartam semitonii faciet differentiam. Item quaecumque mediae aliorum modorum proslambanomenos accedunt hae grauiores modos operantur. Quae netis, illae acutiores efficiunt. Quoniam igitur in superiore pagina descriptis modis partem sinistram legentis proslambanomeni primi tenent. Dexteram uero legentis extremis clauditur netis, erit omnibus quidem acutior modis, qui inscribitur hypermixolydius, omnibus uero grauioris qui hypodorius. Nos uero a grauissimo hypodorio inchoantes, caeteros quam inter se habent differentiam designabimus. Namque in hypodorio modo mese quae est [Omega] ab ea mese quae est in modo hypophrygio tono distabit. Quod in hoc facile perspicietur, si quis ad mesen hypophrygii, quae est [Psi] eiusdem hypophrygii [Omega] comparet, quae est hypodorii quidem mese, in hypophrygia autem lichanos meson. Nam [Psi] atque [Omega] tono differunt, quod pagina interiecta [1284] demonstrat. Item mese hypolydii ab ea quae est mese hypophrygii toni differentiam facit. Namque C, quae est mese hypolydii, tono distat a [Psi], quae est hypolydii quidem lichanos mesen, in hypophrygio autem mese. Item mese hypolydii, quae est C, ab ea quae est mese dorii semitonio distat. Quod hinc poterit agnosci, quoniam ordinem sursum prodeuntem eius meses, quae est hypolydii, atque eum ordinem in sursum prodeuntem eius meses quae est dorii, unus uersiculus, non pagina distinguit. Quo fit ut mese hypodorii ab ea mese quae est dorii, integra diatessaron consonantia distet, idque probatur hoc modo: nam quae est mese [Omega] in hypodorio, eadem est [Omega] in dorio; hypate meson est ab ea quae est mese, quouis modo uel genere diatessaron consonantia differens. Item mese dorii quae est [Pi] ab ea mese quae est phrygii, id est M, distat tono. Nam quae est mese in dorio, [Pi] eadem in phrygio lichanos meson. Rursus mese phrygii quae est M, ab ea mese quae est lydii, id est I distat tono.

Nam quae in phrygio est M mese, in lydii est lichanos mese. Rursus mese lydii modi ab ea mese quae est myxolydii; id est H, semitonio distat. Etenim si ordo qui rectus lydii continet mesen ei ordini qui rectus mixolydii mesen habet comparatus, non paginula sed uersu disiungitur. Ea quoque mese quae est myxolydii H ad eam mesen quae est hypermixolydii, id est [Gamma], toni differentiam facit; idcirco quoniam H quae in mixolydio mese est eadem in hypermixolydio lichanos meson est. Unde fit ut mese dorii ab ea mese quae est mixolydii diatessaron consonantia distet. Id probatur hoc modo: nam meson quae est dorii id est [Pi] eadem est mixolydii, id est [Pi] hypate meson, quae ad cuiuslibet modi mesen diatessaron consonantiam seruat. Item mese dorii, id est [Pi], ad eam mesen quae est hypermixolydii quae est r diapente consonantiam seruat. Ea enim mese quae est dorii id est [Pi], in ordine hypermixolydii lichanos hypaton est; lichanos autem hypaton ad mesem in diatonico genere in quolibet modo si comparetur, diapente consonantia distat. Cur autem octauus modus, qui est hypermixolydius, adiectus est, hic patet. Sit bis diapason consonantia haec.

A B C D E F G H I K L M N O P
XVII

Ratio superius dispositae modorum descriptionis.

Diapason igitur consonantiam seruat A ad id quod est H, octo enim uocibus continetur: primam igitur dicimus esse speciem diapason ea quae est A H, secundam uero B I, tertiam C K, quartam D L, quintam E M, sextam F N, septimam G O. Relinquatur igitur extra H P, quae ut totus ordo impleatur adiecta est, atque hic est octauus modus, quem Ptolemaeus super annexuit.

[1285] XVIII

Quemadmodum indubitanter musicae consonantiae aure diiudicari possint.

Ut uero indubitanter consonantiarum ratio colligatur, tali breuissimo ac simplici effici poterit instrumento. Sit igitur regula diligenter extensa A D, cui duo hemisphaeria, quas magadas Graeci uocant, insuper apponantur, ita ut ab ea quae est E curuatura ad id quod est B deducta linea rectos circa se angulos reddat: item ab ea quae est F curuatura ad id quod est C punctum deducta linea rectos circum se angulos efficiat. Sint uero hae aequaliter undique perpolitae ad eosdem usus, sint eisdem aliae aequales paratae, super has intendatur neruus aequalis undique, is qui est A E F D. Si igitur diatessaron consonantiam qualis sit reperire uoluerit, hoc modo faciam: ab E puncto, quo neruus semisphaerium tangit, usque ad F punctum, quo rursus ab alia parte altero neruus semisphaerium iungitur, diuido spatium quod est E F septem partibus, et ad partem quartam septimarum appono punctum quod est K; est igitur E K ad eam quae est K F sesquitertia. Si igitur K ad aequum superioribus semisphaeriis apposuerit, atque alterutra uicissim E K et K F plectro adhibito pellantur, diatessaron distantiam consonabit. Sin uero simul partes idem C K et K F utrasque percussero, diatessaron consonantiam [1286] nosco. Quod si diapente efficere uolumus, quinque partibus totam chordam, id est spatium ab E ad diuido ac tres uni proportioni, duas uero reliquae dabo, atque ita posito semisphaerium, secundum

superius dictum modum consonantias dissonantiasque perpendo; item si diapason consonantiam temptare uoluero, totum tribus partibus seco, atque in unam duasque distribuens easdem simul uel alterutram pulsans quid consonet, uel quod dissonet utraque cognosco. Triplex uero, quae ex permixtis consonantiis nascitur, ita redditur, ut si totam in quatuor partium diuisionibus partiamus, atque in tres et unam tota nerui prolixitas diuidatur, ita semisphaerium tribus appositum triplae proportionis dissonantiam et consonantiam reddat.

LIBER QUINTUS

[1285] Post monochordi regularis diuisionem adiicienda arbitror esse ea in quibus ueteres musicae doctores sententiae diuersitate discordant, habendumque de omnibus subtile iudicium, atque id quod proposito deest operi, mediocris doctrinae dispositione supplendum est. Potest enim alia quoque esse diuisio, in qua non unus tantummodo neruus assumitur, qui positus proportionibus diuidat. Verum octo, atque eiusmodi cithara fiat, aut in pluribus, et quanti necessarii sunt nerui, tota proportionum ratio quasi oculis subiecta cernatur.

primam.

De ui harmonicae et quae sint eius instrumenta iudicii et quoniam usque sensibus oporteat credi.

Sed de his paulo post loquemur; nunc dicendum est quae sit uis harmonicae, de qua tractare instituentes, quatuor libros pleuimus.

Naturam uero eius unoque exprimendam in huius quinti uoluminis seriem distulimus. Harmonica est facultas differentias acutorum et grauium sonorum sensu ac ratione [1286] perpendens. Sensus enim ac ratio, quasi quaedam facultatis harmonicae instrumenta sunt. Sensus namque confusum quiddam ac proxime tale, quale est illud quod sentit, aduertit. Ratio autem diiudicat integritatem atque unas persequitur differentias. Itaque sensus inuenit quidem confusa ac proxima ueritati, accipit uero ratione integritatem. Ratio uero ipsas quidem inuenit integritatem, accipit uero sensu confusam ac proximam uerisimilitudinem. Namque sensus nihil concipit integritatis sed usque ad proximum uenit. Ratio uero diiudicat, uelut si quis manu circulum scribat, fortasse eum circulum uere oculus arbitretur. Ratio uero nullo modo esse id quod simulatur intelligit. Hoc uero idcirco est, quoniam sensus circa materiam uertitur, speciesque in ea comprehenditur, quae ita sunt fluide atque imperfecte. Neque determinate, et usque ad unguem expolite, sicut est ipsa materia.

Quare ipsum quoque confusio sequitur, mentem uero atque rationem, quoniam materia non moratur, species quas praeuidet, praeter subiecti communionem intuetur, atque ideo eam integritas comitatur ac ueritas, potiusque in sensum quod peccatur, aut minus est, aut emendat, aut complet. Fortasse autem id quod sensus non integre sed confuse, atque ueritate minus quasi quidam incallidus aestimator agnoscit, in singulis minus [1287] habeat errati. Collecta uero multiplicantur in summam, atque idcirco magnam faciunt differentiam. Nam si duas uoculas tono sensus distare arbitretur, neque distent, rursusque ab una earum tono putet distare tertiam, neque sit integra ac uera toni sit distantia. Item tertiae quartaeque toni sensus differentiam putet, atque in eadem quoque errent, neque sit differentia toni, ab hac etiam quarta, quintam distare semitonium putet, neque uere, neque integre aestimet, in singulis fortasse minus uideatur erratum. Quod uero in primo tono sensus reliquit atque id quod in secundo et tertio atque in quarto semitonio peccatum est, in unum congregatum atque collectum efficiet, ut prima uox ad quintam uocem diapente non contineat consonantiam, quod oportebat fieri si tres tonos ac semitonium sensus integre iudicasset. Quod igitur in singulis tonis minus peruidebatur, id collectum in consonantiam euidenter apparuit. Atque ut peruideatur sensum quidem confusa colligere, nullo modo autem ad integritatem rationis ascendere, sic consideremus: Datae enim lineae maiorem minorem ne aliam reperire, nihil est difficile sensui. Proposita uero mensura in tanto maiorem, tantoue minorem reperiat, id non faciet sensus prima conceptio sed solers rationis inuentio. Vel si rursus datam lineam propositum sit uel duplicare, uel dimidium secare, id fortasse licet paulo difficilium quam confuse maiorem minoremue reperire, poterit tamen sensus inuentione constitui. Si uero imperetur, ut propositae lineae tripla ponatur, uel ab ea pars tertia recidatur, uel quadrupla constituatur, uel pars quarta resecetur nonne impossibile sit sensui, nisi integritas rationis accedat, hoc ideo, quia per processus quidem rationi locus accrescit, deficit sensui. Si enim octauam partem propositae lineae auferre aliquis imperetur, uel eiusdem octuplam dare cogatur, totius quidem dimidiam sumere compellitur, dimidiaequae dimidiam, ut sit quarta, quartae quae dimidium, ut sit octaua. Rursusque totius duplam, duplaequae duplam, ut sit quadrupla, quadruplaequae duplam, ut sit octupla. Itaque in tanta rerum numerositate nihil efficit sensus. Cuius omne iudicium subitum, atque in superficie positum integritatem persecutionemque non explicat. Idcirco non est aurium sensui dandum omne iudicium sed exhibenda est etiam ratio quae errantem sensum regat ac temperet, qua labens sensus deficiensque ueluti baculo innitatur. Nam ut singulae artes habent instrumenta quaedam quibus partem confuse aliquid informant ut asciculum, partim uero quod est integrum deprehendat, ut circinum. Ita etiam harmonica uis habet duas iudicii partes: unum quidem huiusmodi, per quam sensus comprehendit subiectorum differentias uocum, aliam uero per quam ipsarum differentiarum modum mensuramque considerat.

II

Quid sit harmonica regula, uel quam intentionem [1288] harmonici Pythagorici uel Aristoxenus, uel Ptolemaeus esse dixerit.

Huiusmodi igitur instrumentum in quo rationis adhibito modo, sonorum differentiae perquiruntur, uocatur harmonica regula, in qua re multorum doctorum sententiae discordia fuit. Quidam enim qui Pythagoricis disciplinis maxime crediderunt, hanc intentionem harmonicae esse dicebant, ut cuncta rationi consentanea sequerentur.

Sensum enim dare quaedam quodam modo semina cognitionis, rationem uero perficere. Aristoxenus uero econtrario rationem quidem comitem ac secundarium esse dicebat, cuncta uero sensus iudicio terminari, et ad eius modulationem consensumque esse tenendum. A Ptolemaeo autem quodam modo harmonicae definitur intentio, ea scilicet ut nihil auribus rationique possit esse contrarium. Id enim secundum Ptolemaeum harmonicis uidetur intendere, ut id quod sensus iudicat ratio quoque perpendat, et ita ratio proportionem inueniat ut ne sensus reclamet, duorumque horum concordia omnis harmonicae intentio misceatur. Atque in eo maxime Aristoxenum ac Pythagoricos reprehendit,

quod Aristoxenus nihil rationi sed tantum sensibus credit, Pythagoricos autem quod minimum sensibus, plurimum tamen proportionibus rationis inuigilent.

III

In quo Aristoxenus uel Pythagorici uel Ptolemaeus grauitatem atque acumen constare posuerunt.

Quoniam uero sonum esse omnes consentiunt aeris percussione, grauitatis atque acuminis differentiam diuersa ratione ponebant, Aristoxenum secuti et Pythagorici. Aristoxenus quippe sonorum differentias secundum grauitatem, atque acumen arbitratur in qualitate consistere; Pythagorici uero in quantitate ponebant. Ptolemaeus autem Pythagoricis propior uidetur. Idcirco quoniam ipse quoque grauitatem atque acumen non in qualitate putat sed in quantitate constitui.

Etenim spissiora ac subtiliora corpora acumen, rariora et uastiora edere grauitatem, ut nihil nunc de intensionis relaxationisque modo dicatur. Quanquam etiam cum relaxatur aliqua quasi sit rarius atque crassius, cum uero intenditur spissius redditur, subtiliusque tenuatur.

IV

De sonorum differentiis Ptolemaei sententia.

His igitur ita expeditis, differentias sonorum Ptolemaeus diuidit hoc modo: Vocum aliae sunt unisonae, aliae minimae. Unisonae sunt, quarum unus sonus est, uel in graui, uel in acuto. Non unisonae uero; quando alia est grauior, alia acutior. Harum partim ita sunt, ut earum inter se differentia communi fine iungatur. Non enim discreta est sed a graui in acutum ita deducitur, ut continua uideatur. Aliae uero sunt non unisonae, quarum differentia silentio interueniente distinguitur, ut uero uoces communi fine iungantur, fit hoc modo: Sicut enim cum [1289] in nubibus arcus aspicitur, ita colores sibimet sunt proximi: ut non sit certus finis, cum alter ab altero disgregetur. Sed ita uerbi gratia a rubro discedit ad pallidum, ut per continuam mutationem in sequentem uertatur colorem, nullo medio certoque interueniente, qui utrosque distinguat; ita etiam fieri solet in uocibus, ut si quis percutiat neruum eumque dum percutit torqueat, euenit ut in principio pulsus grauior sit, dum torquetur uero uox illa tenuetur, continuique fiant grauis uocis sonitus et acutae.

V

Quae uoces enharmoniae sunt aptae.

Cum igitur non unisonarum uocum aliae sint continuae, aliae disgregatae, continuae quidem tales sunt, ut inter se earum differentia communi fine iungatur nec habeat locum designatum uox acuta grauisque quem teneant. Discretae uero habent proprios locos, uel uti colores impermixti, quorum differentia uisitur suo quodam loco constituta. Continuae quidem non unisonae uoces ab harmonica facultate separantur. Sunt enim sibi ipsis dissimiles, nec unum aliquid personantes. Discretae uero uoces harmonicae subiiciuntur arti. Potest enim distantium sibi dissimilium uocum differentia deprehendi, in quibus quae iunctae efficere melos possint, [emmeleis] dicuntur, [ekmeleis] autem quibus iunctis effici non potest.

VI

Quem numerum proportionum Pythagorici statuunt.

Consonae autem uocantur quae copolatae mixtosque efficiunt sonos. Dissonae uero quae minime. Et hoc quidem est Ptolemaei de sonorum differentia iudicium. Nunc autem quid a caeteris musicis in consonantiarum positione disteterit dicendum uidetur: Pythagorici enim consonantias diapente ac diatessaron simplices arbitrantur, atque ex his unam diapason consonantiam iungunt; esse etiam diapente ac diapason, et bis diapason, illam triplicis hanc quadrupli. Diapason uero ac diatessaron consonantiam esse non aestimant, idcirco quoniam non insuper particulari uel multiplici cadit comparatione sed in multiplici superpartiente. Est enim haec proportio uocum ut octo ad 3; si quis enim horum in medio quatuor ponat, efficit terminos hos 8 4 3.

Quorum octo ad 4 diapason efficiunt consonantiam; 4 ad 3, diatessaron; octo uero ad 3, in multiplici superpartiente constituitur. Quae autem sit multiplex superpartiens comparatio ex arithmetis libris cognoscendum est, et ex his quae secundo huius institutionis libro digessimus. Pythagorici autem consonantias in multiplicibus ac superparticularibus ponunt, sicut in eodem libro secundo quartoque praedictum est. A superpartientibus uero ac multiplicibus superpartientibus consonantiam separant. Quibus autem [1290] modis diapason quidem duplici, diatessaron uero sesquitercio, ac diapente sesquialtero iungunt Pythagorici, ex secundo huius institutionis Musicae libro quarto petendum est.

VII

Quod reprehendat Ptolemaeus Pythagoricos in numero propositionum.

Reprehendit autem Pythagoricos Ptolemaeus, totamque eam quam praedictis libris exposuimus demonstrationem pluribus modis, in quo totum illud etiam quod diatessaron ac diapente sesquialtero et sesquitercio coniungunt, in reliquis uero superparticularibus, cum eiusdem sint generis, nullas omnino applicant consonantias.

VIII

Demonstratio secundum Ptolemaeum diapason et diatessaron consonantiae.

Probat autem ex diapason et diatessaron quamdam symphoniam fieri hoc modo. Quoniam enim diapason consonantia talem uocis efficit coniunctionem, ut unus atque idem neruus esse uideatur, idque Pythagorici quoque consentiunt, quocirca si qua ei consonantia fuerit addita, integra inuiolataque seruatur. Ita enim diapason consonantiae additur tanquam uni neruo. Sit igitur diapason consonantia quae contineatur inter hypaton meson et neten

diezeugmenon. Utraque haec ita sibi consentit, et coniungitur sono, ut una uox quasi unius nerui, non quasi duorum mixta pellat auditum. Quamcumque igitur huic diapason consonantiae consonantiam iunxerimus, seruatur integra, quia ita iungitur tamquam uni uoculae ac neruo. Si igitur hypate meson et neten diezeugmenon duae in acutum deatessaron fuerint iunctae, si coniungitur nete quidem diezeugmenon ea quae est nete hyperboleon, hypate autem meson ea quae est mese, utraque ad utramque consonabit, et mese ad neten diezeugmenon, et eadem mese ad hypaten meson. Item nete hyperboleon ad neten diezeugmenon et ad hypaten meson. Item si ad grauiorem partem utriusque diatessaron consonantiae relaxentur, erit ad meses quidem hypaton diatessaron retinens consonantiam hypate hypaton, ad neten autem diezeugmenon paramese. Consonabitque et hypate hypaton ad hypaten meson, et ad neten diezeugmenon ad paramesen et nete diezeugmenon, et ad hypate meson. Sed eo modo ut grauior quae est ad sibi quidem proximam diatessaron retineat consonantiam, ad ulteriorem uero diatessaron ac diapason, ut hypate hypaton, ad hypaten meson diatessaron, ad neten diezeugmenon diatessaron ac diapason. Item nete hyperboleon, quae est acutior, ad sibi proximam neten diezeugmenon diatessaron consonantiam, ad hypaten meson diatessaron ac diapason.

[1291] [PLLXIII:1291; text: Disdiapason systema immobile, Diapason et diatessaron, Diapason, Diatessaron, Diapente, Nete hyperboleon, Paranete hyperboleon, Trite hyperboleon, Nete diezeugmenon, Paranete diezeugmenon, Trite diezeugmenon, Paramese, Mese, Lichanos meson, Parhypate meson, Hypate meson, Lychanos hypaton, Parhypate hypaton, Hypate hypaton, Proslambanomenon] [BOEDIM5 02GF]

IX

Quae sit proprietas diapason consonantiae.

Hoc uero idcirco euenire contendit, quoniam diapason pene una uocula est, talisque consonantia est, ut unum quodammodo effingat sonum, et sicut denario numero, qui fuerit additus intra eum positus integer inuiolatus seruatur; cum in caeteris ad ita minime eueniat, ita etiam in hac consonantia. Nam si duo tribus adicias, quinque continuo reddis, et numeri species immutata est. Si uero eosdem denario addas, duodecim feceris, et binarius iunctus denario conseruatus est. Item ternarius caeterique eodem modo: ita igitur symphonia diapason quamcumque aliam susceperit consonantiam seruat, nec immutat, nec ex consona dissonam reddit. Nam sicut diapente symphonia iuncta diapason consonantiae in tripla scilicet proportione diapason ac diapente consonantiam seruat, ita etiam diatessaron cum sit consonantia iuncta cum diapason, aliam consonantiam reddit, et fit secundum Ptolemaeum alterius consonantiae additio eiusque est diapason ac diatessaron [1292] in multiplici superpartiente constituta. Estque ea proportio dupla superbipartiens, ut octo ad tres; habent enim ternarium octo bis, duasque eius partes, id est duas unitates.

X

Quibus modis Ptolemaeus consonantias statuat.

Et de Pythagoricorum quidem opinione Ptolemaeus ita diiudicat: quibus uero modis ipse consonantiarum proportiones numerosque uestiget, hinc ordiendum est. Voces, inquit, inter se uel unisonae sunt, uel non unisonae. Non unisonarum autem uocum aliae quidem sunt aequisonae, aliae emmelis, aliae dissonae, aliae ecmelis. Et unisonae quidem sunt quae unum atque eundem sigillatim pulsae reddunt sonum. AEquisonae uero quae simul pulsae unum ex duobus atque simplicem quodammodo efficiunt sonum, ut est diapason, eaque duplicata quae est bis diapason. Consonae autem sunt quae compositum permixtumque suauem tamen efficiunt sonum, ut diapente ac diatessaron. Emmelis autem sunt quaecumque quidem consonae non sunt, possunt aptari tamen recte ad melos, ut sunt hae quae consonantias iungunt. Dissonae uero sunt quae non permiscunt sonos, atque insuauiter ferunt sensum. Ecmelis uero quae non recipiunt in consonantiarum coniunctione, de quibus paulo posterius in diuisione tetrachordorum dicemus. Quoniam igitur uniuocis quidem comparationibus proxime sunt aequiuocae, necessarie est ut aequis numeris ea numerorum inaequalitas adiungatur, quae est proxima aequis. Est autem iuxta aequalitatem numerorum ea quae est dupla. Nam et prima multiplicatis species est, et maior numerus cum minore numerum superuenit, aequo cum ipsi minori transcendit, ut duo unum uno transgrediuntur, qui eidem unitati aequalis est; iure igitur duplex proportio aequisonis aptatur, id est diapason. Bis diapason uero bis duplici, id est quadruplo. Quae autem proportiones diuidunt duplicem proportionem primae ac maximae, his aptandae sunt consonantiis quae diuidunt diapason aequiconsonantiam. Unde fit ut diapente quidem sesquialtera, diatessaron uero sesquiterciae comparationi copulentur.

Iunctae uero consonantiae cum aequisonis alias efficiunt consonantias, ut diapente ac diapason in triplo, diatessaron ac diapason in ea proportione quae est octo ad tres Emmelis autem sunt quae diapente ac diatessaron diuidunt, ut tonus caeteraque proportiones, de quibus paulo posterius in diuisione tetrachordorum loquemur, simplices earum scilicet partes.

XI

Quae sint aequisonae, uel quae consonae, uel quae hemmelis.

Igitur aequisonae quidem sunt diapason ac bis diapason, quoniam earum temperamento mixturaque unus atque simplex quodammodo efficitur sonus.

Consonantiae autem sunt, primae quidem insuper particularibus sesquialtera et sesquitercia, id est diapente ac diatessaron, et diapason ac diapente, et [1293] diapason ac diatessaron, hae sunt compositae atque coniunctae ex aequisonis et consonantibus. Emmelis autem reliqui inter has poni possunt, ut inter diatessaron ac diapente differentia tonus, iungunturque quodammodo aequisonae quidem ex consonantibus, ut diapason ex diatessaron et diapente. Consonantiae autem ex his qui emmelis soni uocantur, ut eadem diapente et diatessaron tonis caeterisque posterius dicendis proportionibus; sed quomodo quidem horum omnium proportio colligi possit, ex eo loco sumendum est quem

quarto uolumine in fine descripsimus, ubi numerus super semisphaeria, tendebatur. Ibi enim deprehenditur aequisonantia, diapason ac bis diapason, et consonantiae simplices diapente ac diatessaron, et consonantiae compositae, diapason ac diapente, et diapason ac diatessaron et qui sunt emmelis soni, ut in toni differentia consistentes.

XII

Quemadmodum Aristoxenus interuallum consideret.

Quid uero de his Aristoxenus sentiat breuiter aperiendum est. Ille enim quoniam minime tractatum rationi constituit sed aurium iudicio permittit, idcirco uoces ipsas nullis numeris notat, ut earum colligat proportiones sed earum in medio differentiam sumit, ut speculationem non in ipsis uocibus sed in eo quod inter se differunt, collocet, nimis improuide, qui differentiam se scire arbitretur earum uocum, quarum magnitudinem nullam mensuramue constituat. Hic igitur et diatessaron consonantiam duorum tonorum ac semitonii esse proponit, et diapente trium tonorum ac semi onii, et diapason sex tonorum, quod fieri non posse superioribus uoluminibus demonstratum est.

[PLLXIII:1293; text: Sextoni, Diapason] [BOEDIM5 01GF]

XIII

Descriptio octochordi, qua ostenditur diapason consonantiam minorem esse sex tonis.

Docet autem Ptolemaeus per cuiusdam octochordi. [1294] diuisionem diapason intra sex tonos cadere hoc modo: intendantur enim octo chordae, id est A B C D E F G H, fiatque sesquioctaua A K eius quae est B L, et B L eius quae est C M, et C M eius quae est D N, et D N eius quae est E X, et E X eius quae est F O, et F O eius quae est G P.

Erunt igitur sex toni. Rursus inter F G et G P H ducatur medius neruus ad R. Erit igitur A K dupla ab eo quod est H R. Pulsae igitur simul A K H R diapason aequisonantiam consonabunt. Si uero aliquis G P percutiat, semper erit paulo acutior quam est H R. Ac per hoc transcendunt sex toni diapason consonantiam. Si enim A K et G P diapason pulsati resonarent, tonorum sex esset diapason consonantia.

Si uero his idem A K et G P non consonantibus A K et H R diapason consonarent, et H R acutior esset quam G P, diapason consonantia sex tonos excederet. Nunc uero quia consonantibus A K et H R eadem M K ab ea quae est G P grauior inuenitur, non potest dubitari quin sex toni diapason consonantiam excedant. Atque ita sensu quoque potest colligi diapason consonantiam inter sex tonos cadere. Sic igitur Aristoxeni error sine dubitatione conuincitur.

[PLLXIII:1294; text: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M, N, X, O, R, P] [BOEDIM5 01GF]

XIV

Diatessaron consonantiam tetrachordo contineri.

Nunc de tetrachordorum diuisione dicendum est. Etenim diatessaron consonantia quatuor efficitur neruis; idcirco etiam diatessaron nuncupatur, ut igitur duobus neruis altrinsecus positis ad diatessaron symphoniam consonantibus tetrachordum fiat, duos necesse est statui in medio neruos, qui ad se inuicem atque ad extremos tres proportiones efficiant.

XV

Quomodo Aristoxenus uel tonum diuidat, uel genera eiusque diuisionis dispositio.

Hoc igitur diatessaron Aristoxenus per genera tali ratione partitur.

Diuidit enim tonum in duas partes, atque id semitonium uocat. Diuidit in tres partes, cuius tertiam diesin uocat chromatis mollis, diuidit in 4, cuius quartam cum propria medietate, id est cum octaua totius toni, appellat diesin chromatis hemioli. Rursus solam quartam eius uocat diesin enharmonios.

[1295] Figura Glareani

[PLLXIII:1295; text: Semitonium, Toni medietas Semitonium. Z, Diesis enharmonios, 4, 3, Diesis chromatis mollis, 4 1/8, Diesis chromatis hemioli, Tonus, Omnium interuallorum quae in tono sunt secundum Aristoxenum diuisio.] [BOEDIM5 03GF]

Ad lectorem

Minutas diuisiones pingere non potuimus, care lector. nam Aristoxenus tonum in duodecim partes scindit. Diesis ergo enharmonios habebit tres; diesis autem chromatis mollis habebit quatuor, demum hemitonium sex; diesis uero chromatis hemioli quatuor et semis obtinebit. Quod si dupletur spatium, ut paulo post Boetius, erunt quae diximus interualla omnia duplenda ob numeros commodiores, quod doctus facile uidet. Vale.

Cum igitur haec ita sint, cumque generum diuisio secundum eum sit duplex, unum quidem genus est mollius; aliud uero incitatus. Et mollius quidem est enharmonium, incitatus uero diatonicum. Inter haec uero consistit chromaticum incitatione mollitieque participans; fiunt igitur secundum hunc ordinem differentiae permixtorum generum sex. Una quidem enharmonii, 3 autem chromatici, id est chromatici mollis, et chromatici hemioli, et chromatici thoniaei. Duae uero reliquae diatonici, mollis atque incitati. Quorum omnium talis secundum Aristoxenum diuisio est. Quoniam enim quarta pars toni diesis enharmonios nuncupari praedicta est, quoniamque Aristoxenus non uoces ipsas inter se comparat sed differentiam uocum interuallumque metitur, et secundum eum tonus est duodecim unitatum, huius igitur erit pars quarta diesis enharmonios tres. Quoniam uero ex duobus tonis ac semitono diatessaron consonantia iungitur, erit tota diatessaron ex his duodecim ac sex unitatibus constituta. Sed quoniam saepe fit ut si usque ad octauas uelimus deducere partes, non integros numeros sed in aliquas particulas incurramus, idcirco quidem facienda est tota diatessaron consonantia 60. At uero 24 tonus, semitonium duodecim, pars quarta, quae diesis enharmonios dicitur, sex, octaua autem tres; iuncta uero octaua cum quarta, sex scilicet cum tribus, ut faciat diesin chromatis hemioli, erunt nouem. His igitur ita constitutis, tria genera, enharmonicum, chromaticum, diatonicum, has

Aristoxeno uidentur habere proprietates, ut alia eorum dicantur spissa, alia minime. Spissa sunt, quorum duae grauiiores proportionibus: unam eam quae ad acutum apposita est magnitudine non [1296] uincunt. Non spissa uero quorum duae proportionibus unam reliquam poterunt superare; est autem enharmonium et chromaticum spissum, diatonicum uero non spissum.

Itaque enharmonium secundum Aristoxenum diuiditur sic 6, 6, 48, ut inter grauem neruum ac prope grauem sit quarta pars toni, quae dicitur diesis enharmonios, cum sit tonus 24 unitatibus constitutus. Item secundum interuallum a graui neruo ad tertium, sit eadem quarta pars toni. Reliqui uero qui restant ex sexaginta qui totius proportionis sunt inter tertium a graui neruo atque acutissimum quartum ponuntur 48, et duae proportionibus ad grauem positae, id est 6 ac 6, unam reliquam ad acutum locatam, id est 48, non uincunt. Chromatis uero mollis hanc facit diuisionem 8, 8, 44, ut octo atque octo sint tertiae partes tonorum; est enim tonus (ut dictum est) 24 unitatum, et dicitur toni pars tertia diesis chromatis mollis. Item chromatis hemiolii diatessaron ita partitur, 9, 9, 42. Est autem diesis chromatis hemiolii pars octaua toni cum quarta, id est ex 24 sex cum tribus.

Item chromatis thoniaei talis secundum Aristoxenum partitio est, 12, 12, 36. Scilicet in duobus interuallis singula semitonia constituat, et quod reliquum est in ultimo. Atque in his omnibus duae proportionibus, quae grauiori neruo sunt proximae, reliquam quae ad acutum posita est, magnitudine minime superant, sunt enim (ut dictum est) spissorum generum. Spissa quippe genera sunt enharmonium atque chromaticum. Diatonica uero diuisio ipsa quoque est duplex. Et mollis quidem diatonici diuisio est hoc modo, 12, 18, 30, ut 12 semitonium sit, decem et octo semitonium, et quarta pars toni, 32 uero quod reliquum est. Quorum decem et octo et 12 efficiunt 30, nec superantur ab ea parte quae reliqua est. Item diatonici incitati talis partitio est, ut semitonium ac duos habeat integros tonos 12, 24, 24, ex quibus 24 et 12, id est 36, non superantur a reliqua parte quae ad acutum est sed potius uincunt. Est igitur secundum Aristoxenum tetrachordorum praedicta partitio, quae subiecta descriptione monstratur.

[PLLXIII:1296; text: Diuisio diatonici incitati, Diatessaron, 60, Tonus, Semitonium, 24, 12, Diuisio diatonici mollis, 30, 18, Diuisio chromatici thoniaei, 36] [BOEDIM5 03GF]

Glareanus ad lectorem.

Nos totum negotium in tetrachordi hyperboleon ita (ut spero)

declarauimus, ut facile lector consideret quid me Deus uoluit elaborare. Multa tamen ex superioribus praesupponenda sunt, ut quomodo se diuisio generum habeat, alioqui inutilis erit labor. Caetera, mi lector, [1297] tuae attentioni consideranda relinquo. Vale, et me ama.

Id tamen uolo te admoneri, in applicatione grauiiores chordas uertisse ad maiorem numerum, cum tamen hic numerus non sit chordarum sed potius interuallorum. Ubi ergo nete diezeugmenon erat, ibi apte potuit poni nete hyperboleon. Attamen crede parum erroris esse. Nomina enim non omnino speculationem impediunt.

[PLLXIII:1298; text: Diuisio chromatis hemiolii, Diatessaron, 60, Diesis et octa pars toni, 42, 9, Diuisio chromatis mollis, 3 pars toni, 44, 8, Diuisio enharmonii, 4 pars toni, quarta pars toni, 48, 6] [BOEDIM5 04GF]

[PLLXIII:1297-98; text: Hemitonium, 12, Paranete hyperboleon, Tonus,

24, Trite hyperboleon, Nete diezeugmenon, Paranete hyperboleon, Nete hyperboleon, Hemitonium cum quarta parte, 18, Trite hyperboleon, Tonus cum quarta parte, 30, Nete diezeugmenon, Tonus cum hemitonio, 36, Octaua cum quarta, 9, Pars octaua cum quarta, Tonus cum 6/8 uel 3/4, 42, Pars tertia, 8, Tonus cum hemitonio et insuper 3/4, 44, Quarta pars, 6, Pars quarta, Duo toni, 48, Tetrachordos hyperboleon in genere enharmonio partitum. Tetrachordos hyperboleon in chromate molli dissectum, Tetrachordos hyperboleon in genere chromatici hemioli diuisum, Tetrachordos hyperboleon in chromate tonico separatum, Tetrachordos hyperboleon in genere diatonico molli disiunctum, Tetrachordos hyperboleon in diatonico incitato scissum, Chromatici generis tria secundum Aristoxenum, Diatonici generi duo] [BOEDIM5 04GF]

[1297] XVI

Quomodo Archytas tetrachorda diuidat eorumque descriptio.

Archytas uero cuncta in ratione constituens non modo sensum aurium in primis consonantiis obseruare neglexerit, uerum etiam maxime in tetrachordorum diuisione rationem secutus est. Sed ita, ut neque ea quam quaerebat efficaciter expediret, neque sensui proposita ab eo ratio consentiret. Ille enim tria esse genera arbitratur, enharmonium, chromaticum, diatonicum. In quibus eosdem grauissimos statuit atque acutissimos sonos, in omnibus quidem generibus grauissimos sonos faciens 2016, acutissimos uero 1512; inter hos in tribus generibus neruum grauissimo proximum collocat, eum scilicet qui sit 1954, ut ad eum 2016, sesquiicesimam septimam obtineant proportionem. Post haec uero infra acutum neruum, tertium uero a grauissimo eum collocat in [1298] enharmonio genere, qui sit 1890, ad quem 1944 sesquitricesima quinta proportione iungantur. Idemque 1890 ad acutissimum 1512 in sesquiquarta proportione sit constitutus. Item in diatonico genere tertium quidem a grauissimo neruo, secundum uero ab acutissimo eum ponit, qui sit 1701, ad quos 1944 sesquiseptima proportione coniuncti sunt. Ipsi autem 1701 ad acutissimum, 1512 sesquioctaua. In chromatico uero genere tertium a grauissimo, et secundum ab acutissimo eum ponit, qui ad 1701, qui est tertius a grauissimo in diatonico genere eam obtineat proportionem quam obtinent 256 et 243; hic autem est 1792, qui est secundus ab acutissimo appositus, habetque proportionem secundus ab acutissimo in diatonico genere, id est 1701 ad secundum ab acutissimo in chromatico genere, id est 1762 eam quam habent 243 ad 257, eorumque tetrachordorum, secundum Archytas sententiam, diuisorum formam monstrat subiecta descriptio.

[1299] [PLLXIII:1299-1300; text: Enharmonicum, Ratio sesquitercia totum tetrachordum. Diatessaron ex quatuor neruis, Proportio sesquiquarta, diuide enim 1512 per 4, et prouenient 378, quae si adieceris 1512, producuntur 1890. Proportio sesquitricesima-quinta, quod patet si diuidantur 1890 per 35, et quod uenit id quotiente addas ad 1890. Proportio sesquiicesima-septima patet hic diuidendo 1944 per 27, et addendo ei 27. 2016, Diatonicum, Diatessaron ex quatuor chordis, Proportio sesquioctaua, diuide enim 1512 per 8, et prouenient tibi 189, quae adde 1512, et erunt 1701. Proportio sesquiprima, diuide enim 1701 per 7, et prouenient 243, quae dum adieceris 101, procreantur 1944. Proportio quae in enharmonio sesquiicesima-septima. Chromaticum, Proportio hemitonii minoris superpartiens 180. Proportio superpartiens 152. Proportio quae in enharmonio et diatonico, scilicet sesqui-icesima-septima. 1792, 1945] [1299]

XVII

Quemadmodum Ptolemaeus et Aristoxeni et Architae tetrachordorum diuisiones deprehendat.

Sed utrasque tetrachordorum diuisiones Ptolemaeus ita reprehendit.

Architam quidem primo, quoniam secundus ab acutissimo neruus chromatico genere, id est 1792, ita est collocatus, ut nec ad acutissimum 1512, nec ad proximum grauiori 1944, ullam superparticularem efficiat proportionem, cum Architas tantam superparticularibus comparationibus hahuit dignitatem, ut eas etiam in consonantiarum ratione susceperit. Dehinc quod primam a grauissimo neruo proportionem in chromatico quidem maiorem sensus deprehendat quam fecit Architas, hic namque in chromatico genere 1944 ad 2016 distare fecit sesquiicesimam septimam proportionem, cum secundum consuetam chromatici generis modulationem sesquiicesima prima esse debuerit. Item enharmonium genus ea proportio, quam primam a grauissimo secundum Architae retinet diuisionem, talis est, ut longe minor esse debeat quam in caeteris generibus inuenitur; hic autem aequam eam caeteris generibus statuit, dum primas a graui proportionem in tribus generibus sesquiicesimas septimas ponit. Aristoxenum uero culpat, quoniam in chromate molli et in chromate hemiolio tales posuerit primas secundasque a graui neruo proportionem, quae a se a minimo et quantum sensus non possit internoscere distarent. Est quippe proportio prima in chromatis [1300] mollis, prima diuisione secundum Aristoxenum octo, at in chromate hemiolio nouem. Sed octo ad nouem unitatis differentia distant. Est autem tonus totus 24 unitatibus secundum positionem uel propositionem quorum unitas 24 est. Primae igitur a graui inter se proportionem chromatis mollis, et chromatis hemiolii 24 parte toni distant, quod propter breuitatem differentiae nullo modo sentit auditus. Idem etiam Aristoxenum reprehendit cur diatonici generis duas tantum fecerit diuisiones, ut in molle incitatumque diuideret, cum possint aliae quoque diatonici generis species inueniri.

XVIII

Quemadmodum tetrachordum diuisionem fieri dicat oportere.

Ptolemaeus tetrachordo diuersa ratione partitur, illud in principio statuens, ut inter duos altrinsecus sonos tales uoculae aptentur, quae se superparticularibus proportionibus excedant, inaequalibus tamen, quoniam superparticularis proportio non potest in aequa diuidi. Dehinc ut omnis comparatio, quae fit ad eum neruum qui est grauissimus, in tribus minor sit caeteris, quae acutis uocibus coniunguntur. Sed in his ea quae spissa nominamus talia esse debent, ut duae proportionem, quae grauitati sunt proximae, minores sint ea proportionem quae relinquuntur ad acutum, in non spissis uero ut in diatonicis generibus nusquam una.

This text fits in with PL 63: 1167-1300